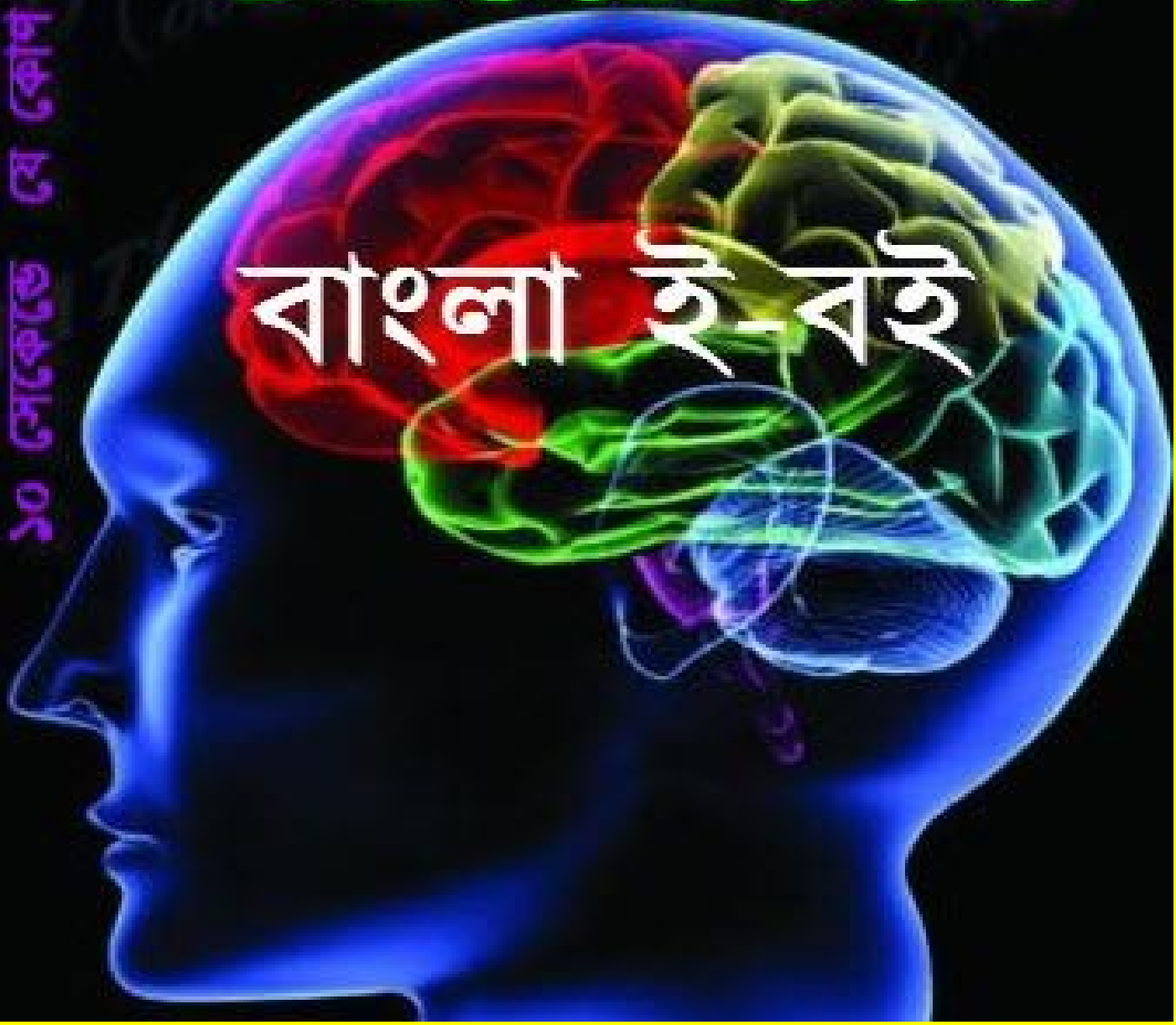
# গণিত

# Short Cut Methods

১০ সেকেন্ডে যে কোন অংক সমাধান



বাংলা ই-বই

# MATH SHORTCUT TECHNIQUES WITH FORMULAS

## Contents


1. Arithmetic ..... 4
   - 1.1. Divisibility Rules ..... 8
   - 1.2. Square Root ..... 17
   - 1.3. Average..... ..... 21
   - 1.4. Ratio and Proportion..... 22
   - 1.5. Percentage(%)..... 24
   - 1.6. Unitary Method..... 30
   - 1.7. Calculation of Interest..... 37
   - 1.8. Profit Loss..... 43
   - 1.9. Measurement and Unit..... 55
   - 1.10. Miscellaneous..... 57
2. Algebra..... 62
   - 2.1. Exponents/Indices..... 65
   - 2.2. Logarithms..... 66
   - 2.3. Simultaneous Linear Equation..... 67
   - 2.4. Series/ Progression..... 68
3. Geometry..... 73
   - 3.1. Triangle..... 79
   - 3.2. Quadrilateral..... 85
   - 3.3. Circle..... 88
   - 3.4. Mensuration..... 91
   - 3.5. Solid Geometry..... 98
   - 3.6. Trigonometry..... 102

# 1 ShortCut Arithmetic Techniques & Tricks

অটোমেটিক স্ক্রলের মাধ্যমে ই-বুক পড়া / রিড়ের জন্যঃ

আপনার ই-বুক বা pdf রিডারের Menu Bar এর View অপশনটি তে ক্লিক করে Auto /Automatically Scroll অপশনটি সিলেক্ট করুন (অথবা সরাসরি যেতে ⇨ Ctrl + Shift + H )। এবার ↑ up Arrow বা ↓ down Arrow তে ক্লিক করে আপনার পড়ার সুবিধা অনুসারে স্ক্রল স্পীড ঠিক করে নিন।

কোন পেইজে সরাসরি যাবার জন্যঃ

আপনার ই-বুক বা pdf রিডারের Options বা View তে ক্লিক করে Go To অপশনটি সিলেক্ট করুন (অথবা সরাসরি যেতে Adobe Reader ⇨Shift + Ctrl+N এবং Foxit Reader ⇨ Ctrl+G), আপনার প্রয়োজনীয় পৃষ্ঠার Page number টি লিখুন ; এবং OK প্রেস করুন ।

## সরাসরি যেতে সূচীপত্রের অধ্যায়ের নামের উপর ক্লিক করুনঃ


| অধ্যায়ের নাম | → | পেজ নম্বর |
|---|---|---|
| ☆ গণিতিক প্রতীক | → | 02 |
| ☆ বেসিক তথ্য (Basic) | → | 06 |
| ☆ গড় (Average) | → | 18 |
| ☆ অনুপাত –সমানুপাত | → | 19 |
| ☆ শতকরা (Percentage) | → | 21 |
| ☆ ঐকিক নিয়ম (Unitary ) | → | 27 |
| ☆ সুদকষা (C.of Interest) | → | 34 |
| ☆ লাভ-ক্ষতি (Profit-Loss) | → | 40 |
| ☆ পরিমাপ ও একক | → | 52 |
| ☆ বিবিধ | → | 54 |
| ☆ পরিশিষ্ট | → | 56 |

# গণিতে ব্যবহৃত গুরুত্বপূর্ন প্রতীকঃ

| চিহ্ন বা প্রতিক | প্রতীকের অর্থ ও ব্যখ্যা.....। |
|---|---|
| + | Plus / add→ যোগ [ Sum / Total→ যোগফল] |
| − | Minus / Subtract /Deduct→ বিয়োগ [ Difference→ বিয়োগফল] |
| × | Times / Into/ dot /of /Multiply→গুন করা [Product / Multiplication→গুনফল ] |
| ÷, /, $\frac{a}{b}$ | Division→ ভাগ , Divisible→ বিভাজ্য , Remainder→ভাগশেষ<br>a(dividend-ভাজ্য) ÷ b(Divisor-ভাজক) = c(Quotient-ভাগফল) |
| ± | Plus or Minus → যোগ বা বিয়োগ |
| = | Equal / Is Approximately Equal → প্রায় সমান |
| ≠ | Is not Equal→ সমান নয় |
| < | Is Less then → ছোট {5 < 10} |
| ≮ | Is not less then → ছোট নয় {২০ ≮ 10} |
| ≤ | Is less than or equal to→ ছোট ও সমান {০ ≤ x এখানে Xএক্স এর মান শূন্য এবং ০ থেকে বড়ও হতে পারে } |
| > | Is greater then→ বড় {5> 2} |
| ≯ | Is not greater then→বড় নয় {5≯ 20} |
| ≥ | Is greater than or equal to→ বড় ( এবং/ অথবা) সমান |
| % | Percentage(শতকরা বা প্রতি শতে বা কোন নিদিষ্ট সংখ্যার ভগ্নাংশ যার হর প্রতিক্ষেত্রে 100 ) |
| ∞ | Infinity→ অসীম / অনন্ত |
| ∝ | Varies as / is Proportional→ সমানুপাতিক |
| ⇒ | Implies/or → বা |
| ⇔ | If and only if → যদি ও কেবল যদি |
| π | Pi → পাই |
| 1,2,3...nবা a,b,c... | Constant→ ধ্রুবক/নির্দিষ্ট মান |
| x,y,z..... | Variable→ চলক / অনির্ধারিত মান |

| | |
|---|---|
| **2x** | x + x |
| $x^2$ | $x \times x$ |
| $2\,x^2$ | $x^2 + x^2$ |
| $x^3$ | $x \times x \times x$ |
| $x^n$ | $x \times x \times x \times x \ldots . n$ |
| $\frac{1}{x^n}$ | $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$ |
| $ax^2+bx+c$ | Expression→ রাশিমালা [$ax^2$, bx,c হল পদ→ Term] |
| 0 | $n \pm 0 = n$ , $n \times 0 = 0$ , $0/n = 0$ , $n/o = (\text{anything} \div 0) = \text{Undefined}$ (অসংজ্ঞায়িত) |
| $\lvert x \rvert$ | [±x] Absolute Value→ পরম মান (যে কোন রাশির ধনাত্নক মান)<br>\| \| এর ভিতর Negative মান থাকলেও তা Positive মান নিতে হবে। |
| $\sqrt{x}$ | $x^{\frac{1}{2}}$ Square Root → বর্গমূল , $\sqrt{4}$ =2, $\sqrt{9}$ =3 |
| $\sqrt[3]{x}$ | $x^{\frac{1}{3}}$ Cube Root → ঘনমূল , $\sqrt[3]{27}$=3, $\sqrt[3]{64}$=4 |
| $\sqrt[n]{x}$ | n Root→ n মূল বা $x^{\frac{1}{n}}$ কোন চলকের x উপর 1/n ঘাত বা পাওয়ার |
| $\frac{x}{y}$ বা $x/y$ | X ÷ y |
| $\sum_{i=0}^{n} x$ | Summation → যোগ ,X এর ০ থেকে n পর্যন্ত উপাদান সমূহের যোগফল |
| [{( )}] | Bracket→ বন্ধনী |
| **sin x cos x tan x cosec sec cot** | ত্রিকোণমিতিক কোন সমূহের অনুপাত । |
| $\log_a x$ | Logarithms→a ভিত্তিক লগ x (যদি $a^n = x$ হয় তাহলে n=$\log_a x$ হয়)<br>[শুধু + ধনাত্নক সংখ্যার লগারিদম আছে, ০শূন্য ও – ঋনাত্নক সংখ্যার লগারিদম নাই]<br>সাধারন লগারিদম হল 10 ভিত্তিক $\log_{10} x$ । |
| n! বা⌊n | Factorial n → n× (n-1) × (n-2)...×1 [ 5!=5×4×3×2×1] |
| ${}^{n}p_r$ | Permutation→ বিন্যাস [ ভিন্ন ভিন্ন n সংখ্যক জিনিশ হতে প্রত্যেক বার সংখ্যক জিনিশ নিয়ে ${}^{n}p_r$ প্রকারে সাজানো যায়,তাহলে ${}^{n}p_r$= n(n-1) (n-2) (n-3) .....(n-r+1) Ex:- ${}^{6}p_3$=6×5×4 ] |
| ${}^{n}c_r$ | Combination→ সমাবেশ/ বেছে নেওয়া /নির্বাচন , ${}^{n}C_r = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$ |

## Set

| | |
|---|---|
| $A=\{a,b,c,d\}$ | এখানে A একটি সেট , a,b,c,d হচ্ছে সেটের সদস্য বা উপাদান। |
| $\cap$ | Intersection /cap→ছেদ [শুধু কমন /সাধারন উপাদান গুলো অর্থাৎ উভয় সেটে যে সকল উপাদান আছে একই আছে ] ⇒ গসাগু [$A\cap B=\{x:x\in A$ এবং $x\in B\}$] |
| $\cup$ | Union/cup →সংযোগ [উভয় সেটের সব উপাদান কিন্তু একই উপাদান উভয় সেটে থাকলে তা একবার হবে]=> লসাগু (কমন ও আনকমন সব) [$A\cup B=\{x:x\in A$ অথবা $x\in B\}$] |
| $\in$ | Element of / Belongs to→ সেটের উপাদান / সদস্য [Ex: $b\in A$] |
| $\notin$ | Is not an Element of/not Belongs to→ সদস্য নয় |
| $\subset$ / $\subseteq$ | Subset of→উপসেট [A সেটের প্রত্যেক উপাদান/সদস্য B এরও উপাদান/সদস্য হয়] |
| $\supset/\supseteq$ | Superset→ |
| $\emptyset$ | Empty Set → ফাঁকা সেট |
| $A\backslash B$ | [Bএর কোন উপাদান যদি A তে থাকে তা বাদ যাবে , A এর বাকী উপাদান গুলো বসবে /আর যাদি কোন কমন উপাদান না থাকে তাহলে A সেটের সব মান বসবে] $A-B=\{x:x\in A$ এবং $x\notin B\}$ |
| $A'$ | Complementary set→পূরক সেট $[U\backslash A=U-A=\{x\in U : x\notin A\}$ |
| $P(A)$ | Power Set → সূচক সেট [Aসেটে যদি n সংখ্যক সদস্য থাকে তবে P(A) এর মোট উপাদান হবে $2^n$ টি] |
| $N\subset Z\subset Q\subset R$ | N→(স্বাভাবিক / ধনাত্নক পূর্ন সংখ্যা +n), Z→(সকল পূর্ন সংখ্যা +n,0,+n)<br>Q→(মূলদ→0,+n,প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশ ),<br>R→ (সকল বাস্তব সংখ্যা), অমূলদ সংখ্যা (যে সংখ্যার বর্গমূল হয় না) Q'=R-Q |

## Geometry

| | |
|---|---|
| $\leftrightarrow$ | Straight line → সরলরেখা (কোন প্রান্তবিন্দু নেই) |
| $\longrightarrow$ | Ray → রশ্মি (একটি মাত্র প্রান্তবিন্দু) |
| — | Line Segment → রেখাংশ (দুটি প্রান্তবিন্দু থাকে) |
| $\sim$ | Similar to→ সদৃশ |
| $\approx$ | Almost Equal to→প্রায় সমান |
| $\cong$ | Is Equivalent to / Congruent → সর্বসম |

| | |
|---|---|
| ∠ | Angle → কোন |
| ∟/ㄴ | Right Angle → সমকোন |
| ∡ | Measured Angle→ পরিমাপকৃত কোন |
| ⊥ | Perpendicular To → লম্ব |
| ∥ | Is Parallel to → সমান্তরাল |
| ∴ | Therefore / Hence → সুতরাং |
| ∵ | Since / Because → যেহেতু / কারন |
| △ | Triangle → ত্রিভুজ |
| ⊡ | Rectangle/Square → আয়তক্ষেত্র বা বর্গক্ষেত্র |
| ⊙ | Circle→ বৃত্ত |

## 1.1 Divisibility Rules (বিভাজ্যতা নিয়ম)

2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাঃ সংখ্যাটির →একক স্থানীয় (Unit) অঙ্ক শূন্য (০) বা জোড় সংখ্যা হয়।

3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাঃ সংখ্যাটির অঙ্কগুলোর (Digits) যোগফল/সমষ্টি 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

Ex:- 318→ 3+1+8=12 , যা তিন ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

4 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাঃ সংখ্যাটির →একক স্থানীয় (Unit) ও দশক স্থানীয় (tens) অঙ্ক দুটি দ্বারা গঠিত সংখ্যা 4 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

Ex:- 544 , 4 দ্বারা বিভাজ্য হবে→ কারন এর একক ও দশক স্থানীয় অঙ্ক দ্বারা গঠিত সংখ্যা 44 যা 4 দ্বারা বিভাজ্য।

5 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাঃ সংখ্যাটির →একক স্থানীয় (Unit) অঙ্কটি শূন্য (০) অথবা 5 হলে।

6 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাঃ সংখ্যাটি → 3 ও 2 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

8 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাঃ সংখ্যাটির →একক (Unit) , দশক (tens) ও শতক (Hundredth) স্থানীয় অঙ্ক তিনটি দ্বারা গঠিত সংখ্যা 8 দ্বারা বিভাজ্য হবে। Ex:- 77 264 ,এখানে 264 সংখ্যা 8 দ্বারা বিভাজ্য ,তাই 77264 সংখ্যাটি 8 দ্বারা বিভাজ্য।

9 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাঃ সংখ্যাটির→ অঙ্কগুলোর (Digits) যোগফল/সমষ্টি 9 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

Ex:- 288→ 2+8+8=18 , যা 9 দ্বারা বিভাজ্য ,তাই 288 সংখ্যাটি 9 দ্বারা বিভাজ্য।

### বিশেষ নিয়মঃ

সংখ্যার একক স্থানীয় (Unit) অঙ্কটি শূন্য (০) হলে তা 2, 5, 10 দ্বারা বিভাজ্য।

সংখ্যার শেষে বা ডানে দুটি অঙ্ক (০০ ) হলে , তা 4, 25, 100 দ্বারা বিভাজ্য।

সংখ্যার শেষে বা ডানে তিনটি অঙ্ক (000) হলে , তা 8, 125, 1000 দ্বারা বিভাজ্য।

# Arithmetic ☆ পাটিগণিত

# Number ( সংখ্যা )

## Digit (অঙ্ক)

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 মোট ১০টি

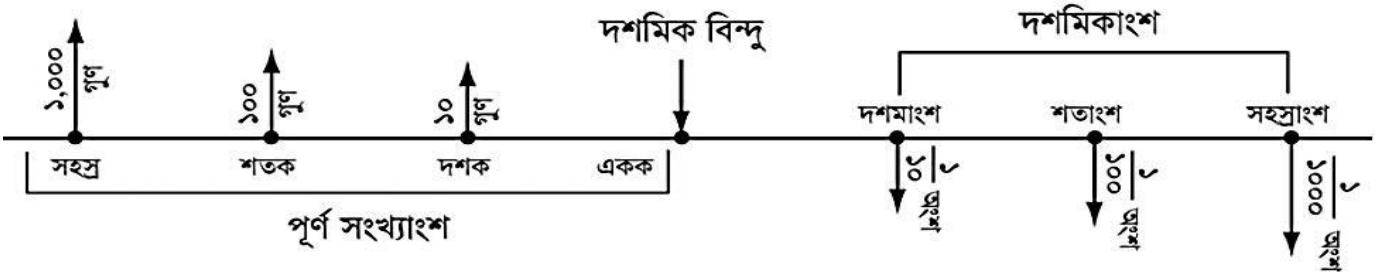
| 1 থেকে 100 পর্যন্ত | |
|---|---|
| 0 পাওয়া যাবে | 11 টি |
| 2 থেকে 9 (2,3,4,5,6,7,8,9) পাওয়া যাবে | 20 টি |
| 1 পাওয়া যাবে | 21 টি |

## Number (সংখ্যা)

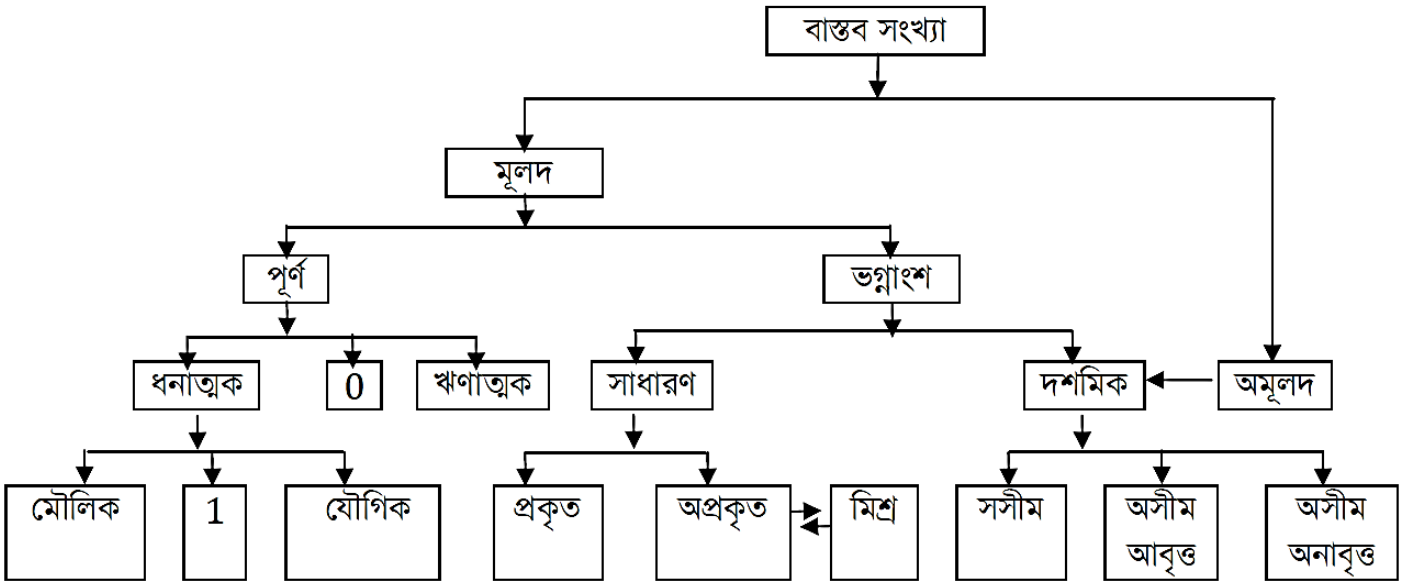
87654321 এর স্থানীয় মান

**8**(Crores) **7**(Nijut) **6**(lacs) **5**(Ajut) **4**(Thousands) **3**(Hundreds) **2**(Tens) **1**(Units)

4321=4×1000+3×100+2×10+1




**বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস**



## Integers (পূর্ন সংখ্যা n) { -n....-5,-4,-3,-2,-1, 0, +1,+2,+3,+4,+.....+n}

## Even Numbers (জোড় সংখ্যা) 2 দিয়ে নিঃশেষ বিভাজ্য {0, 2, 4, 6, 8,.....2n}

## Odd Number (বিজোড় সংখ্যা)

2 দিয়ে নিঃশেষ বিভাজ্য **নয়** {1, 3, 5, 7, 9....(2n+1)}

মনে রাখুনঃ

Even × Even= Even , Odd × Odd=Odd , Even × Odd=Even

Even + Even=Even , Odd + Odd=Even , Even × Odd=Odd

Even / Even= Even , Even /Odd=Odd , Odd/Even= Odd

Odd $^{Odd}$ =Odd , Odd $^{Even}$ =Odd , Even $^{Even}$=Even , Even $^{Odd}$ =Even

যে কোন জোড় (2,4,6....) ও বিজোড়(3,5,7..)সংখ্যা বসিয়ে উপরের সমীকরণ গুলো যাচায় করে দেখুন।

## Consecutive Integers (ক্রমিক সংখ্যা)

{ n,n+1,n+2,n+3,.....}

## Prime Numbers (মৌলিক সংখ্যা)

শুধুমাত্র নিজ সংখ্যা ও ১ দ্বারা বিভাজ্য

১ মৌলিক সংখ্যা নয়

২ হচ্ছে ক্ষুদ্রতম জোড় মৌলিক সংখ্যা ( even prime number)

সকল মৌলিক সংখ্যাই বেজোড় সংখ্যা (Odd Prime number)

⇨ 1 থেকে 100 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা আছে 25 টি এ সকল মৌলিক সংখ্যা গুলোর যোগফল → 1060

⇨ 1 থেকে 200 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা আছে 46 টি

⇨ 1 থেকে 500 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা আছে 95 টি

⇨ 1 থেকে 1000 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা আছে 168 টি

কোন সংখ্যা মৌলিক কিনা তা যাচায় করার জন্য (সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্কটি 2 ,3 দিয়ে ভাগ যায় কিনা দেখতে হবে । অথবা সংখ্যাটির অঙ্কগুলোর সমষ্টি 3 দ্বারা ভাগ যায় কিনা ,যদি ভাগ যায় তাহলে সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা নয়)

## 1 থেকে 100 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা গুলো হলঃ

| এর মধ্যে | মৌলিক সংখ্যা | সংখ্যা |
|---|---|---|
| 1-10 | 2,3,5,7 | 4 |
| 11-20 | 11,13,17,19 | 4 |
| 21-30 | 23,29 | 2 |
| 31-40 | 31,37 | 2 |
| 41-50 | 41,43,47 | 3 |
| 51-60 | 53,59 | 2 |
| 61-70 | 61,67 | 2 |
| 71-80 | 71,73,79 | 3 |
| 81-90 | 83,87 | 2 |
| 91-100 | 97 | 1 |

মনে রাখার জন্য (4422322321)

অথবা একে উল্টা ভাবে দেখুন → (1232232244) তাহলে মনে থাকবে।

## Composite Number (কৃত্রিম সংখ্যা)

যে সকল সংখ্যা ১ ও নিজ/সেই সংখ্যা ছাড়াও অন্য অংক ও সংখ্যা দ্বারা ভাগ যায় । অর্থাৎ মৌলিক সংখ্যা ছাড়া বাকী সব সংখ্যা ।

## Fraction (ভগ্নাংশ)

Fraction (ভগ্নাংশ)= $\frac{\textbf{Numerator}(\text{লব})}{\textbf{Denominator}(\text{হর})}$ ( $\frac{x}{y}$ , লব x যদি হর y দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য না হয় )

$a\frac{c}{b}$ মিশ্র ভগ্নাংশকে সাধারন ভগ্নাংশে রূপান্তর , মিশ্র ভগ্নাংশ $= \frac{\text{পূর্ণসংখ্যা } a \times \text{হর } b + \text{লব } c}{\text{হর } b}$

Rules of fractions

⇨ $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

⇨ $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$

⇨ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd}$

⇨ $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd}$

⇨ $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ ☆ $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

## Continued Proportion (ক্রমিক সমানুপাত):-

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ ⇨ a × c = $b^2$

## Proper fraction (প্রকৃত ভগ্নাংশ):-

হর > লব ( Ex:- $\frac{3}{5}$ , $\frac{5}{11}$)

## Improper fraction (অপ্রকৃত ভগ্নাংশ):-

হর < লব ( Exঃ-$\frac{5}{3}$ , $\frac{3}{2}$ )

## দশমিক ভগ্নাংশঃ

### দশমিক ভগ্নাংশের যোগ

১০·৫, ২·০৮ ও ১৬·৭৪৫ তিনটি দশমিক ভগ্নাংশের মধ্যে ১৬·৭৪৫ দশমিক ভগ্নাংশে সহস্রাংশের স্থানে ৫ আছে।

১০·৫ সংখ্যাটিতে সহস্রাংশ ও শতাংশের স্থানে কোনো অঙ্ক নেই। ঐ দুইটি স্থানে শূন্য ধরে পাই, ১০·৫০০।

২·০৮ সংখ্যাটিতে সহস্রাংশের স্থানে কোনো অঙ্ক নেই। ঐ স্থানে একটি শূন্য ধরে পাই, ২·০৮০।

এবার প্রাপ্ত সংখ্যা নিচে নিচে সাজিয়ে যোগ করি :

∴ **দশমিক ভগ্নাংশের যোগের ক্ষেত্রে প্রদত্ত সংখ্যাগুলো এমনভাবে সাজাতে হবে যেন দশমিক বিন্দুগুলো নিচে নিচে পড়ে।**

১০·৫০০
২·০৮০
১৬·৭৪৫
২৯·৩২৫

### দশমিক ভগ্নাংশের বিয়োগ

দশমিক ভগ্নাংশের যোগের মতো প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর দশমিক বিন্দুগুলো নিচে নিচে সাজিয়ে বিয়োগ করতে হয়।

**উদাহরণ ২।** ২৩·৬৫৭ থেকে ১·৭১ বিয়োগ কর।

প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর দশমিক বিন্দুগুলো নিচে নিচে সাজিয়ে পাই,

২৩·৬৫৭
১·৭১০
২১·৯৪৭

## দশমিক ভগ্নাংশের গুণ

০·০৬৫৭ কে ·৭৫ দিয়ে গুণ কর।

৬৫৭
৭৫
৩২৮৫
৪৫৯৯০
৪৯২৭৫

∴ ০·০৬৫৭ × ·৭৫ = ·০৪৯২৭৫

**বিকল্প পদ্ধতি :** ·০৬৫৭ × ·৭৫

$= \frac{৬৫৭}{১০০০০} \times \frac{৭৫}{১০০}$ [দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

$= \frac{৬৫৭}{১০০০০} \times \frac{৭৫}{১০০} = \frac{৪৯২৭৫}{১০০০০০০}$

= ·০৪৯২৭৫ [দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

- প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয় থেকে দশমিক বিন্দু বর্জন করে সাধারণ গুণের মতো গুণ করা হয়েছে। গুণ্য থেকে দশমিক বিন্দু বর্জন করার পর সর্ববামের শূন্য বাদ দেওয়া হয়েছে।
- গুণ্যে দশমিক বিন্দুর পর ৪টি অঙ্ক ও গুণকে দশমিক বিন্দুর পর ২টি অঙ্ক আছে। অর্থাৎ গুণ্য ও গুণক মিলে মোট (৪+২)টি বা ৬টি অঙ্ক আছে। গুণফলের ডানদিক থেকে ৬ অঙ্কের বামে দশমিক বিন্দু বসিয়ে গুণফল পাওয়া গেছে।
- গুণফলের ডানদিক থেকে ৬ অঙ্কের বামে দশমিক বিন্দু বসানোর জন্য একটি শূন্যের প্রয়োজন হয়েছে।

## দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ

৮০৮·৯ কে ২৫ দিয়ে ভাগ।

```
২৫) ৮০৮·৯ ( ৩২·৩৫৬
    ৭৫
     ৫৮
     ৫০
      ৮৯
      ৭৫
      ১৪০
      ১২৫
       ১৫০
       ১৫০
         ০
```

নির্ণেয় ভাগফল ৩২·৩৫৬

**বিকল্প পদ্ধতি :**

**সমাধান :** $৮০৮·৯ \div ২৫ = \frac{৮০৮·৯}{২৫}$

$= \frac{৮০৮·৯ \times ৪}{২৫ \times ৪} = \frac{৩২৩৫·৬}{১০০} = ৩২·৩৫৬$

**লক্ষ করি :**

- পূর্ণ সংখ্যার মতো ভাগ করা হয়েছে।
- পূর্ণ সংখ্যার ভাগ শেষ হলেই ভাগফলে দশমিক বিন্দু বসানো হয়েছে, কারণ তখন দশমাংশকে ভাগ করা হয়েছে।
- প্রত্যেক ভাগশেষের ডানদিকে শূন্য (০) বসিয়ে ভাগের কাজ করা হয়েছে।

### বর্গ সংখ্যাঃ

বর্গসংখ্যার ধর্ম

নিচের সারণিতে ১ থেকে ২০ সংখ্যার বর্গ লেখা হয়েছে।

| সংখ্যা | বর্গসংখ্যা | | সংখ্যা | বর্গসংখ্যা | | সংখ্যা | বর্গসংখ্যা | | সংখ্যা | বর্গসংখ্যা |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১ | ১ | | ৬ | ৩৬ | | ১১ | ১২১ | | ১৬ | ২৫৬ |
| ২ | ৪ | | ৭ | ৪৯ | | ১২ | ১৪৪ | | ১৭ | ২৮৯ |
| ৩ | ৯ | | ৮ | ৬৪ | | ১৩ | ১৬৯ | | ১৮ | ৩২৪ |
| ৪ | ১৬ | | ৯ | ৮১ | | ১৪ | ১৯৬ | | ১৯ | ৩৬১ |
| ৫ | ২৫ | | ১০ | ১০০ | | ১৫ | ২২৫ | | ২০ | ৪০০ |

সারণিভুক্ত বর্গসংখ্যাগুলোর এককের ঘরের অঙ্কগুলো ভালোভাবে পর্যবেক্ষণ করুন। লক্ষ করলে দেখবেন যে, এ সংখ্যাগুলোর

একক স্থানীয় অঙ্ক ০, ১, ৪, ৫, ৬ বা ৯। কোনো বর্গসংখ্যার একক স্থানে ২, ৩, ৭, বা ৮ অঙ্কটি নেই।

## Rational Number (মূলদ সংখ্যা):-

শূন্য-০ , স্বাভাবিক সংখ্যা বা পূর্নসংখ্যা- (0,1,2,3....n ), √(পূর্নবর্গ)-√16 , প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশ – (যাদেরকে a/b আকারে প্রকাশ করা যায় -যেখানে a ও b স্বাভাবিক সংখ্যা ) , সসীম দশমিক ও পৌণপৌনিক যুক্ত সংখ্যা - ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা।

## Irrational Number (অমূলদ সংখ্যা):

যে সকল সংখ্যাকে a/b আকারে প্রকাশ করা যায় না -যেখানে a ও b স্বাভাবিক সংখ্যা ) , পুর্নবর্গ নয় এমন যে কোন স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল ($\sqrt{\text{মৌলিক}}$ ) , ( $\sqrt{\text{পুর্নবর্গনয়}}$ ) , $\sqrt[3]{\text{পুর্নঘন নয়}}$ , $\sqrt[4]{\text{সংখ্যা 4 নয়}}$ , পৌণপৌনিক বিহীন বা ভিন্ন ভিন্ন আকারে অসীম দশমিক , এছাড়া $\pi$ , e – ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা । Ex:- √মৌলিক , $\sqrt{2}$ , $\sqrt[3]{3}$ , $\sqrt[4]{5}$, $5.3576\ldots.\infty, \pi$

## Roman Numeral ( রোমান সংখ্যা ):-

I→1, V→5, X→10, L→50, C→100, O→500, M→1000

একই সংখ্যা পাশাপাশি তিনবার বসে। যে কোন সংখ্যা পিছনে বা বামে একবার মাত্র বসতে পারে । কম মানের কোন সংকেত পিছনে বা বামে বসালে ঐ মানটা বিয়োগ হয়।

## Greek Alphabet

Alpha→ $\alpha$ , Beta → $\beta$ , Gamma → $\gamma$ , Delta→ $\Delta$ , Epsilon→ $\varepsilon$ , Zeta → $\zeta$ , Eta → $\eta$ ,
Theta → $\theta$ , Iota → $\iota$ , Kappa → $\kappa$ , Lambda → $\lambda$ , Mu → $\mu$ , Nu → $\nu$ , Xi → $\xi$ , Omicron → $O$ ,
Pi → $\pi$ , Rho → $\rho$ , Sigma → $\Sigma$ , $\sigma$ Tau → $\tau$ , Upsilon → $\upsilon$ , Phi → $\Phi$ , $\phi$ , Kai → $\chi$ , Psi → $\phi$ ,
Omega → $\Omega$ , $\omega$

## Fators (গুণনীয়ক বা উৎপাদক ):-

একটি সংখ্যা দ্বারা অপর একটি সংখ্যা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে , দ্বিতীয় সংখ্যাটিকে প্রথম সংখ্যার গুণনীয়ক বা উৎপাদক বলে। অর্থাৎ একটি সংখ্যাকে যতগুলো সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় , এর সব গুলোই ঐ সংখ্যার গুণনীয়ক বা উৎপাদক।
20 এর মৌলিক উৎপাদক গুলো =5×2×2×1

## Multiples (গুনিতক):-

একটি সংখ্যা দ্বারা অপর একটি সংখ্যা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে , প্রথম সংখ্যাটিকে দ্বিতীয় সংখ্যাটির **গুনিতক** বলে।অর্থাত গুনফল হল গুনিতক। ০ শূন্য হল সব সংখ্যার গুনিতক।

**Ex:-** 35/5=7 , 35/7=5 এখানে 5 ও 7 হল 35 এর গুণনীয়ক বা উৎপাদক এবং 35 হল 7 ও 5 এর গুনিতক।

## Common Factor (সাধারন গুণনীয়ক ):-

কোন সংখ্যা দুই বা ততোদিক প্রদত্ত সংখ্যার গুণনীয়ক বা উৎপাদক হলে, ঐ সংখ্যাকে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাধারন

## Co-prime Number (সহমৌলিক সংখ্যা) :-

দুই বা ততোদিক প্রদত্ত সংখ্যার সাধারন গুণনীয়ক বা উৎপাদক শুধু ১ হলে, ঐ সংখ্যাগুলো পরস্পর সহমৌলিক।

## Lowest Common Multiple→ L.C.M (লঘিষ্ট সাধারন গুনিতক → ল.সা.গু ):

- প্রদত্ত সংখ্যা গুলোর কমন ও আনকমন উৎপাদক গুলোর গুনফল।

## Highest Common Factor→ H.C.F (গরিষ্ট সাধারন গুণনীয়ক → গ.সা.গু ):-

প্রদত্ত সংখ্যা গুলোর শুধু কমন উৎপাদক গুলোর গুনফল।

## ইউক্লিডীয় প্রক্রিয়ার দুটি সংখ্যার গসাগু নির্নয়ঃ

বৃহত্তর সংখ্যাকে ক্ষুদ্রতর সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা হয়। অর্থাৎ এখানে বৃহত্তর সংখ্যাটি হল ভাজ্য এবং ক্ষুদ্রতর সংখ্যাটি হল ভাজক। ভাগ প্রক্রিয়ার যে ভাগশেষ থাকে তা দ্বারা প্রথম ভাজককে ভাগ করা হয়। এখন যে ভাগশেষ থাকে তা দ্বারা প্রথম ভাগশেষ অর্থাৎ দ্বিতীয় ভাজককে আবার ভাগ করা হয়। এভাবে ভাগ করতে করতে যে পর্যায়ে ভাগশেষ শূন্য হয় ঐ পর্যায়ের ভাজকটি অর্থাৎ শেষ ভাজকটি প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু।

১৪৩, ২৩১ ও ৩৮৫ এর গ. সা. গু. নির্ণয় কর।

প্রথমে ২৩১ ও ৩৮৫ এর গ. সা. গু. নির্ণয় করি।

```
২৩১ ) ৩৮৫ (১
      ২৩১
      ---
      ১৫৪ ) ২৩১ (১
            ১৫৪
            ---
            ৭৭ ) ১৫৪ (২
                 ১৫৪
                 ---
                  ০
```

সুতরাং ২৩১ ও ৩৮৫ এর গ. সা. গু. ৭৭

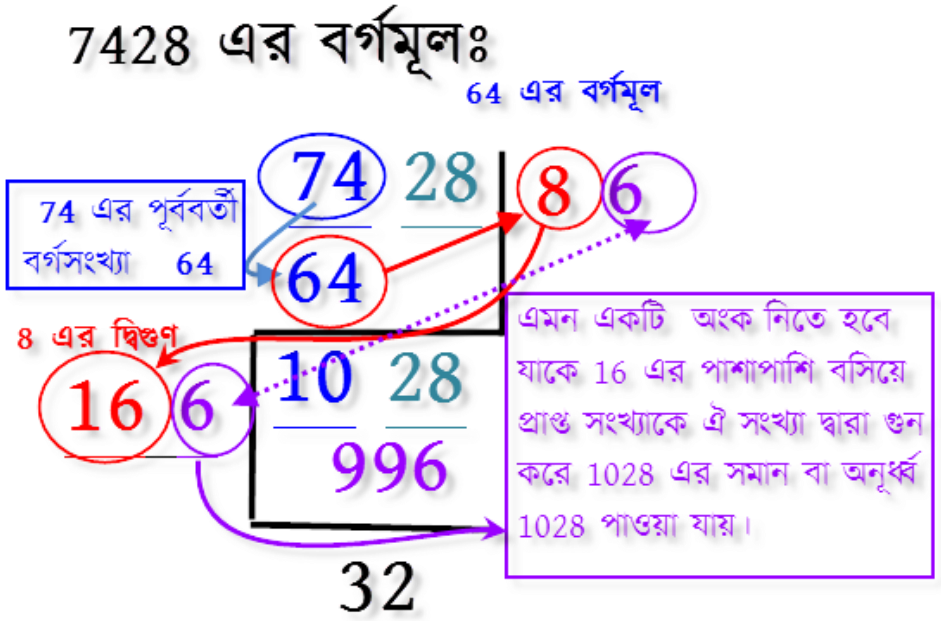
এখন ৭৭ ও ১৪৩ এর গ. সা. গু. নির্ণয় করি।

```
৭৭ ) ১৪৩ (১
     ৭৭
     ---
     ৬৬ ) ৭৭ (১
          ৬৬
          ---
          ১১ ) ৬৬ (৬
               ৬৬
               ---
                ০
```

উত্তর : ১১।

# 1.2 কোন সংখ্যার বর্গমূল (Square Root ): -

2304 এর বর্গমূল (Square Root ) নির্নয় করঃ


7428 এর বর্গমূলঃ
64 এর বর্গমূল
74 28
8 6
74 এর পূর্ববর্তী বর্গসংখ্যা 64
64
8 এর দ্বিগুণ
16 6
10 28
996
32
এমন একটি অংক নিতে হবে যাকে 16 এর পাশাপাশি বসিয়ে প্রাপ্ত সংখ্যাকে ঐ সংখ্যা দ্বারা গুন করে 1028 এর সমান বা অনূর্ধ্ব 1028 পাওয়া যায়।

**74 28** সংখ্যাটি লিখুন।

1) ডানদিক থেকে দুইটি অঙ্ক নিয়ে জোড়া বাঁধুন। প্রত্যেক জোড়ার উপর রেখা চিহ্ন দিন।
2) ভাগের সময় যেমন খাড়া দাগ দেওয়া হয় , ডানপাশে তদ্রুপ একটি খাড়া দাগ দিন।
3) প্রথম জোড়াটি 74 ।তাহলে এর পূর্ববর্তী বর্গ সংখ্যা 64 , যার বর্গমূল $\sqrt{64} = 8$ :
4) এই বর্গমূল 8 খাড়া দাগের ডানপাশে লিখুন ।এখন 74 এর ঠিক নিচে 64 লিখুন ।
5) 74 থেকে 64 বিয়োগ করুন।এখন বিয়োগফল 10 ও এর ডানে পরবর্তী জোড়া 28 বসান। 1028 এর বাম দিকে খাড়াদাগ (ভাগের চিহ্ন ) দিন।
6) ভাগফলের ঘরের সংখ্যা→ 8 এর দ্বিগুণ $8\times2 = 16$ নিচের খাড়া দাগের (এক অঙ্ক বসানোর মত স্থান রেখে ) তার বামপাশে বসান ।
7) এখন এমন একটি এক অঙ্কের সংখ্যা খুজে বের করুন যাকে 16 এর পাশা পাশি বসিয়ে প্রাপ্ত সংখ্যাকে ঐ অঙ্কের দ্বারা গুন করলে 1028 এর সমান বা অনুর্ধ্ব 1028 পাওয়া যাবে।
8) এক্ষেত্রে 6 হবে→ 16 **6** $\times$ **6** =996 । যদি 7 বসানো হয় অর্থাৎ ( 16 **7** $\times$ **7** $= 1169$) তাহলে প্রাপ্ত মান 1028 এর তুলনায় বেশি হয়ে যায় তাই ইহা গ্রহন যোগ্য নয়।
9) এখন 1028 থেকে 996 বিয়োগ করে বিয়োগফল 32 পাওয়া গেল। যাকে $86\times2 = 172$ দ্বারা ভাগ করা সম্ভব নয়। তাই প্রদত্ত রাশিটি পূর্নবর্গ নয়।কারন এর ভাগশেষ 32 রয়েছে ।
10) যদি ভাগশেষ না থাকত, তাহলে ভাগফলের স্থানে পাওয়া 86 ই হতো প্রদত্ত সংখ্যার বর্গমূল।
11) এখন এই 74 28 সংখ্যাটি থেকে ভাগশেষ 32 বিয়োগ করা হয় তাহলে 7396 সংখ্যাটি পাওয়া যাবে । যা পূর্নবর্গ হবে। যার বর্গমূল হবে 86।

ভাগের সাহায্যে ২৩০৪ এর বর্গমূল নির্ণয় কর :

(১) ২৩০৪ সংখ্যাটি লিখি :

২৩ ০৪

(২) ডানদিক থেকে দুইটি করে অঙ্ক নিয়ে জোড়া করি।
প্রত্যেক জোড়ার উপর রেখাচিহ্ন দিই :

$\overline{২৩}\ \overline{০৪}$

(৩) ভাগের সময় যেমন খাড়া দাগ দেওয়া হয়,
ডানপাশে তদ্রূপ একটি খাড়া দাগ দিই :

$\overline{২৩}\ \overline{০৪}\ |$

(৪) প্রথম জোড়াটি ২৩। এর পূর্ববর্তী বর্গসংখ্যাটি ১৬,
যার বর্গমূল $\sqrt{১৬}$ বা ৪ ; খাড়া দাগের ডানপাশে ৪ লিখি।
এখন ২৩ এর ঠিক নিচে ১৬ লিখি :

$\overline{২৩}\ \overline{০৪}\ |\ ৪$
১৬

(৫) এখন ২৩ থেকে ১৬ বিয়োগ করি :

$\overline{২৩}\ \overline{০৪}\ |\ ৪$
১৬
৭

(৬) বিয়োগফল ৭ এর ডানে পরবর্তী জোড়া ০৪ বসাই।
৭০৪ এর বামদিকে খাড়া দাগ (ভাগের চিহ্ন) দিই :

$\overline{২৩}\ \overline{০৪}\ |\ ৪$
১৬
৭ ০৪

(৭) ভাগফলের ঘরের সংখ্যা ৪ এর দ্বিগুণ ৪ × ২ বা ৮
নিচের খাড়া দাগের বামপাশে বসাই। ৮ এবং খাড়া
দাগের মধ্যে একটি অঙ্ক বসানোর মতো স্থান রাখি :

$\overline{২৩}\ \overline{০৪}\ |\ ৪$
১৬
৮ | ৭ ০৪

(৮) এখন একটি এক অঙ্কের সংখ্যা খুঁজে বের করি যাকে ৮ এর
ডানপাশে বসিয়ে প্রাপ্ত সংখ্যাকে ঐ সংখ্যাটি দ্বারা গুণ করে
৭০৪ এর সমান বা অনুধর্ম্ক ৭০৪ পাওয়া যায়।
এক্ষেত্রে ৮ হবে। ৮ সংখ্যাটি ভাগফলেও
৪ এর ডানপাশে বসাই।

$\overline{২৩}\ \overline{০৪}\ |\ ৪৮$
১৬
৮৮ | ৭ ০৪
৭ ০৪
০

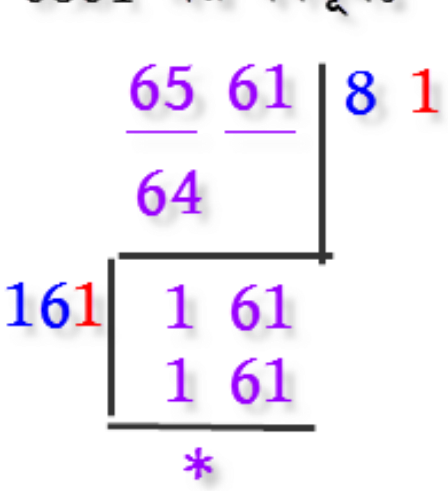
(৯) ভাগফলের স্থানে পাওয়া গেল ৪৮। এটিই নির্ণেয় বর্গমূল।

$\therefore\ \sqrt{২৩০৪} = ৪৮$

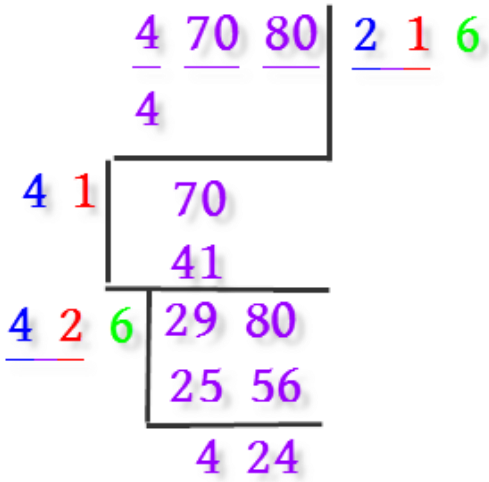
**দ্রষ্টব্য :** ভাগের সাহায্যে বর্গমূল নির্ণয় করার সময় সংখ্যার ডান দিক থেকে জোড় বাঁধতে গিয়ে শেষ অঙ্কের জোড় না থাকলে একে জোড়া ছাড়াই গণ্য করতে হবে।

## কিছু সংখ্যার বর্গমূলঃ

6561 এর বর্গমূলঃ




47080 এর বর্গমূলঃ




## সরলীকরণঃ (Simplification) :-

☆ BODMAS

[{(Braket)}]→of /এর → Division(÷) → Multiplication (×) →Addition (+) → Subtraction(-)

# অংক ও সংখ্যা বিষয়ক কিছু বিশেষ নিয়মঃ

✡ একটি সংখ্যা a হতে যত বড় b হতে তত ছোট । সংখ্যাটি কত?

সংখ্যাটি =x , প্রশ্নমতে x-a =b-x => $x=\frac{a+b}{2}$

Formula:--সংখ্যাটি = $\frac{\text{১ম সংখ্যা}+\text{২য় সংখ্যা}}{\text{২}}$

✡ 1008 সংখ্যাটির কতগুলো ভাজক (Divisors) আছে?

2\1008
2\504
2\252
2\126
3\63
3\21
7

1008 সংখ্যাটির উৎপাদক গুলো হল = 2×2×2×2×3×3×7=24×32×71

∴ ভাজক সংখ্যা = (4+1)(2+1)(1+1)=30

Formula:-- x সংখ্যাটির উৎপাদক =$a^m \times b^n \times c^l$

∴ ভাজক সংখ্যা =(m+1)(n+1)(l+1)

✡দুইটি ক্রমিক পূর্ন সংখ্যা নির্নয় করুন , যাদের বর্গের অন্তর n

Let the Numbers =x and (x+1)

According to the Question, $\Rightarrow (x+1)^2 - x^2 = n$

$\therefore x = \frac{n-1}{2}$

Formula:--ছোট সংখ্যা = $\frac{\text{বর্গের অন্তর}-১}{২}$ , বড় সংখ্যা = ছোট সংখ্যা + ১

✡ কোন লঘিষ্ঠ সংখ্যার সাথে n যোগ করলে যোগফল a , b , c ও d সংখ্যাগুলো দ্বারা বিভাজ্য হবে ?

Formula:--

নির্ণেয় সংখ্যা =দেওয়া ( a , b , c ও d) সংখ্যাগুলো ল.সা.গু — যা যোগ করতে বলা হবে ।

✡ কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা হতে n বিয়োগ করলে বিয়োগফল a , b , c ও d সংখ্যাগুলো দ্বারা বিভাজ্য হবে ?

Formula:--

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা =দেওয়া ( a , b , c ও d) সংখ্যাগুলো ল.সা.গু + যা বিয়োগ করতে বলা হবে ।

✡ কোন ক্ষুদ্রতম(সবচেয়ে ছোট কোন ) সংখ্যাকে a , b , c ও d দিয়ে ভাগ করলে প্রত্যেকবার n অবশিষ্ট/ ভাগশেষ থাকে।

Formula:--নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = দেওয়া ( a , b , c ও d) সংখ্যাগুলো ল.সা.গু + যা অবশিষ্ট/ ভাগশেষ থাকে

✡ দুটি সংখ্যার গুণফল n । সংখ্যা দুটির ল.সা.গু L হলে গ.সা.গু কত?

Formula:--

সংখ্যাগুলোর গুণফল = সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু × সংখ্যাগুলোর গ.সা.গু

✡ দুটি সংখ্যার অনুপাত a:b । সংখ্যা দুটির ল.সা.গু L হলে গ.সা.গু কত?

Formula:--

সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু = অনুপাতদ্বয়ের গুণফল × সংখ্যাগুলোর গ.সা.গু

✡ দুইটি ভগ্নাংশ $\frac{a}{b}$ ও $\frac{c}{d}$ হলে ভগ্নাংশগুলোর ল.সা.গু ও গ.সা.গু নির্নয় কর ?

Formula:--

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর ল.সা.গু = $\frac{\text{লবগুলোর ল.সা.গু}}{\text{হরগুলর গ.সা.গু}}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু = $\frac{\text{লবগুলোর গ.সা.গু}}{\text{হরগুলর ল.সা.গু}}$

✡ একটি গাড়ির সামনের চাকার পরিধি (a) 2 মিটার এবং পিছনের চাকার পরিধি (b) 3 মিটার । গাড়িটি কত পথ গেলে সামনের চাকা পিছনের চাকার চেয়ে (n) 10 বার বেশি ঘুরবে ?

Formula:--

সামনের চাকা পিছনের চাকার চেয়ে ১ বার বেশি ঘোরে সেক্ষেত্রে অতিক্রান্ত দূরত্ব হবে পরিধি দুটির লসাগু এর সমান ।

(a) 2 ও (b) 3 এর লসাগু = 6

1 বার বেশি ঘুরলে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 6 মিটার

10 " " " " =(6×10) মিটার

Formula:--অতিক্রান্ত দূরত্ব = পরিধি দুটির ল.সা.গু × বেশি ঘুরার সংখ্যা

# 1.3 গড় (Average)

⇛ গড় = $\frac{\text{একজাতীয় কতিপয় রাশির সমষ্টি}}{\text{রাশির সংখ্যা}}$

⇛ শ্রেণী বিন্যাসকৃত উপাত্তের গড়ঃ = $\frac{\text{শ্রেণীর মধ্যবিন্দু ও ঘটনসংখ্যাগুলোর গুনফলের সমষ্টি}}{\text{ঘটনসংখ্যাগুলোর সমষ্টি}}$

✡ M সংখ্যক সংখ্যার গড় A এবং N সংখ্যক সংখ্যার গড় B হলে, সবগুলো সংখ্যার গড়কত?

Formula:--

M সংখ্যক সংখ্যার গড় A হলে, M সংখ্যক সংখ্যার যোগফল = M × A [$\because A = \frac{\text{যোগফল}}{M}$]

N সংখ্যক সংখ্যার গড় B হলে, N সংখ্যক সংখ্যার যোগফল = N × B

∴ মোট সংখ্যা = M + N

∴ মোট যোগফল = AM +BN

সবগুলো সংখ্যার গড় = $\frac{AM + BN}{M + N}$

# 1.4 অনুপাত - সমানুপাত (Ratio & Proportion)

Varies as / is Proportional→ সমানুপাতিক দুটি রাশির বিভিন্ন উপাদানের আনুপাত যদি সব সময় সমান হয় অর্থাৎ যে কোন একটি রাশির মান বৃদ্ধি পেলে তার সাথে সম্পৃক্ত অন্য একটি রাশির মান ও যদি একটি নির্দিষ্ট হারে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায় তখন তাকে একে অপরের সমানুপাতিক বলা হয়।

যেমনঃ- $\frac{x1}{y1} = \frac{x2}{y2} = \frac{x3}{y4} = K$ ধ্রুব রাশি$(1,2,3, \dots \dots)$ হয় তাহলে $x \propto y$

সমানুপাতের ক্ষেত্রে , প্রথম রাশিঃ দ্বিতীয় রাশি = তৃতীয় রাশিঃ চতুর্থ রাশি

∴ ⇛ প্রথম রাশি × চতুর্থ রাশি = দ্বিতীয় রাশি × চতুর্থ রাশি

অর্থাৎ , প্রান্তীয় রাশিদ্বয়ের গুণফল = মধ্য রাশিদ্বয়ের গুণফল

✡ সমানুপাতের মাঝের রাশি দুটো একই হলে তাকে ক্রমিক সমানুপাত বলে। যদি a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক হয় ,

a:b =b:c $\Rrightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ $\therefore \Rrightarrow b^2 = ac$

✡ s কে a:b:c অনুপাতে ভাগঃ

প্রথমে অনুপাত গুলোর যোগফল নির্নয় অর্থাৎ a+b+c

✡ কোণ নির্দিষ্ট অনুপাতের ভাগ = মোট মান S এর (×) $\frac{\text{ঐ নির্দিষ্ট অনুপাতের মান}}{\text{অনুপাত গুলোর যোগফল}}$

⇛ a অনুপাতের ভাগ বা পরিমাণ = $S \times \frac{a}{a+b+c}$

✡ a:b =x:y এবং b:c =l:m হলে তবে a:b:c =?

⇒a:b = x:y = (x×l): (y×l) = xl : yl

⇒ b:c =l:m = (l×y): (m×y)= yl : my

∴ a:b:c = xl : yl : my

✡ একটি ত্রিভুজের পরিসীমা n সে.মিঃ এবং বাহুগুলোর অনুপাত a : b : c হলে প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

Formula:--বাহুগুলোর অনুপাতের সমষ্টি = a + b + c

যে কোন বাহুর দৈর্ঘ্য = n এর $\frac{a \text{ বা } b \text{ বা } c \text{ যে কোন একটি বাহুর অনুপাত}}{(a+b+c) \text{ অনুপাতের সমষ্টি}}$

✡কোন পাত্রে দুধ ও পানির অনুপাত 7 : 3। দুধের পরিমাণ যদি পানি অপেক্ষা 8 লিটার বেশি হয় তবে পানির পরিমাণ কত?

**Formula:-**

$$\text{Required Amount: } = \frac{Total\ Difference}{Ratio\ Difference} \times \text{Required ratio}$$

$$\Rightarrow \text{Water} = \frac{8}{7-3} \times 3 = 6$$

✡30 লিটার মিশ্রনে এসিড ও পানির অনুপাত 7 : 3 । এ মিশ্রনে কি পরিমাণ পানি মিশ্রিত করলে এসিড ও পানির অনুপাত হবে 3 : 7 (3 into 7) এবং 7 : 5

**Formula:--**

অনুপাত গুলোর সমষ্টি = 7 + 3 = 10

30 লিটার মিশ্রনে এসিড পরিমাণ = 30 এর $\frac{7\ (\text{এসিডের অনুপাত})}{10\ (\text{অনুপাতের সমষ্টি})}$ = 21 লিটার

30 লিটার মিশ্রনে পানির পরিমাণ = 30 এর $\frac{3\ (\text{পানির অনুপাত})}{10\ (\text{অনুপাতের সমষ্টি})}$ = 9 লিটার

অথবা , পানির পরিমাণ = মিশ্রনের পরিমাণ – এসিডের পরিমাণ

3 : 7 অনুপাতের জন্যঃ

ধরি x লিটার পানি মিশালে এসিড ও পানির অনুপাত 3 : 7 হবে।

∴ 21 ঃ (9 + x) = 3 ঃ 7

⇨ x = 40

7 ঃ 5 অনুপাতের জন্যঃ বিকল্প নিয়ম

10 অনুপাতের সমতুল্য = 30 লিটার

∴ 1 " " $= 30/10 = 3$ লিটার

∴ পূর্বের অনুপাতের সাথে ২ অনুপাত পানি মিশালে = $7 : (3+2) = 7 : 5$ অনুপাত হবে।

∵ 1 অনুপাতের সমতুল্য = 3 লিটার

২ " " $= 3\times2 = 6$ লিটার

# 1.5 শতকরা (Percentage %)

প্রতি শতে বা কোন নিদিষ্ট সংখ্যার ভগ্নাংশ যার হর প্রতিক্ষেত্রে 100। অর্থাৎ কোন সংখ্যা প্রতি শতের (100) কত অংশ তা বুঝানো হয়।

$\therefore$ X % = $\frac{X}{100}$

N (90) কোন সংখ্যার P % (75% )

⇛ Find the number whose P % (75% ) is N (90) ?

⇛ Number N (90) is P % (75% ) of What number?

Formula:-- Let the Number be = x

$\therefore$ X × P% = N

⇛ X × 75% = 90

What Percentage % is R(90) of N(120)?

N × X% =R

⇒ 120 × x% =90

বিভিন্ন দ্রব্য বিষয়ক ঃ

✡ শতকরা মূল্য বৃদ্ধির ক্ষেত্রে প্রদত্ত মুল্যের সাথে 100 যোগ করতে হবে ।

✡ শতকরা মূল্য হ্রাসের ক্ষেত্রে প্রদত্ত মুল্যে 100 হতে বিয়োগ করতে হবে ।

✡পণ্যের মূল্য বৃদ্ধি ঘটলে ও খরচ বৃদ্ধি না পাবার ক্ষেত্রে । পুর্বমূল্য ও বর্তমান মূল্য বের করতে হবে । এবং বর্তমান মূল্যে প্রাপ্ত শতকরা ,পূর্ব মূল্য 100 হতে বিয়োগ করতে হবে।

✡পণ্যের মুল্য কমে গেলে ব্যবহার বৃদ্ধি করার ক্ষেত্রে , পুর্বমূল্য ও বর্তমান মূল্য বের করতে হবে । এবং বর্তমান মুল্যে প্রাপ্ত শতকরা , পূর্ব মূল্য 100 হতে বিয়োগ করতে হবে।

✡ যদি কোন দ্রব্যের মূল্য X% (25%) বৃদ্ধি পায় তবে ঐ দ্রব্যের ব্যবহার শতকরা কত কমালে দ্রব্য বাবদ খরচ বৃদ্ধি পাবে না অর্থাৎ খরচের কোন পরিবর্তন হবে না ?

Formula:--

25% বৃদ্ধি পাওয়ার বর্তমান মূল্য = (100 + 25 )টাকা = 125 টাকা ।

বর্তমান মূল্য 125 টাকা হলে পূর্বমূল্য = 100 টাকা

$\therefore$ ,, 100 ,, ,, ,, $= \frac{100\times100}{125}$ টাকা $= 80$ টাকা

$\therefore$ দ্রব্যের ব্যবহার বা খরচ কমাতে হবে = $(100 - 80)\% = 20\%$

**Formula:-**

সুত্র $\Rightarrow \frac{100 \times \text{কম বা বৃদ্ধি}}{100 \mp \text{কম বা বৃদ্ধি}}$

যদি দ্রব্যের মূল্য বৃদ্ধি পায় তাহলে $\frac{100 \times \text{বৃদ্ধি}}{100 + \text{বৃদ্ধি}}$ [ বাড়ানো % = $\frac{100 \times X}{100 + X}$]

যদি দ্রব্যের মূল্য হ্রাস পায় বা কমে যায় তাহলে $\frac{100 \times \text{কম}}{100 + \text{কম}}$ [কমানো % = $\frac{100 \times X}{100 - X}$]]

শতকরা বৃদ্ধি বা হ্রাসের কিছু কমন উত্তরঃ

কোন দ্রব্যের দাম বা ব্যবহার বৃদ্ধিকে (Increase ) $\Rightarrow +$

কোন দ্রব্যের দাম বা ব্যবহার হ্রাস বা কমান (Decrease ) $\Rightarrow -$

☆ +25% ⇔ -20%

☆ +33.33% ⇔ -25%

এই ধরনের কোন অংকে , উপরের যে কোন একটি মান % দেওয়া থাকলে উত্তর হবে অপর মানটির %

যেমন উপরের অংকে দাম 25% বৃদ্ধি পেয়েছে , তাই এর উত্তর হবে শতকরা ২০% হ্রাস ।

এই একই অংকে যদি দাম 25% বৃদ্ধি না হয়ে ২০% হ্রাস হত , তাহলে এর উত্তর হত 25% বৃদ্ধি ।

✡ কোন জিনিশের মূল্য বা দাম যদি 10(O) টাকা থেকে বৃদ্ধি পেয়ে 20(N) টাকা হয় তবে শতকরা বৃদ্ধির বা হ্রাসের হার কত?

অথবা , কোন জিনিসের পূর্বমূল্য : বর্তমান মূল্য 1(O) : 2(N) হয় , তবে শতকরা বৃদ্ধির বা হ্রাসের হার কত?

**Formula:-**

% Change = $\frac{New - Orginal}{orgnal}$ × 100%

Result + → Increase

Result − → Decrease

⇒ বৃদ্ধির শতকরা হার = $\frac{20 - 10}{10}$ × 100% =100% [এখানে উত্তর ধনাত্নক তাই বৃদ্ধি পেয়েছে]

✡ কোন দ্রব্যের মূল্য 5% বেড়ে যাওয়ায় 1000 টাকায় পূর্বে যত (কেজি) পরিমাণ দ্রব্য কেনা যেত , এখন তার চেয়ে 5 কেজি দ্রব্য কম কেনা যায় । ঐ দ্রব্যের বর্তমান দর কেজি প্রতি কত?

Formula:-- 5% বৃদ্ধিতে , 100 + 5 =105

পূর্বমূল্য 100 টাকা হলে বর্তমান মূল্য = 105 টাকা

∴ ,, 1000 ,, ,, ,, $= \frac{105 \times 1000}{100}$ টাকা = 1050 টাকা

5 কেজি দ্রব্যের বর্তমান দাম = $1050 - 1000 = 50$ টাকা

∴ 1 ,, ,, ,, $= 50/5 = 10$ টাকা

Formula:- $\frac{\text{বৃদ্ধি বা হ্রাস \%} \times \text{পূর্বের মুল্যের টাকা}}{100 \times \text{দ্রব্যের পরিমাণ}}$

$\therefore \frac{5 \times 1000}{100 \times 5} = 10$ টাকা

✡ একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ 20% (x%) বৃদ্ধি বা হ্রাস ও প্রস্থ 10% (y%) বৃদ্ধি বা হ্রাস করা হলে , ক্ষেত্রফল শতকরা কত পরিবর্তন হবে?

Solution: দৈর্ঘ = 100x ও প্রস্থ = 100y

∴ ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ × প্রস্থ = 10000 xy

20% দৈর্ঘ বৃদ্ধিতে পরিবর্তিত দৈর্ঘ = (100+20)x =120x

10% প্রস্থ হ্রাসে পরিবর্তিত প্রস্থ = (100-10) = 90y

∴ পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল = $120x \times 90y = 10800xy$

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $10800xy - 10000xy = 800xy$

পুর্ব ক্ষেত্রফল 10000xy সাপেক্ষে বৃদ্ধি পেয়েছে = 800xy

,, ,, 100 ,, ,, ,, $= \frac{800xy \times 100}{10000xy}$ =8% ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পেয়েছে

Formula:-

**শতকরা পরিবর্তন (C%) = x + y + $\frac{x \times y}{100}$**

x ⟹ First Value ( প্রথম মান ) যা একটি নিদিষ্ট % এ বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে ।

y ⟹ Second Value ( দ্বিতীয় মান ) যা একটি নিদিষ্ট % এ বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে ।

যদি উক্ত মান সমূহ ,

বৃদ্ধি পেলে / বাড়লে (Increase) এর চিহ্ন হবে ⟹ +

হ্রাস পেলে / কমলে (Decrease) এর চিহ্ন হবে ⟹ -

এবং উত্তর(Answer) এর চিহ্ন যদি + হয় , তাহলে শতকরা বৃদ্ধি পাবে

এবং উত্তর(Answer) এর চিহ্ন যদি - হয় , তাহলে শতকরা হ্রাস পাবে

✡ যদি একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ 5% (x%) করে বৃদ্ধি পায় ,তাহলে নতুন আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কতটুকু বৃদ্ধি পাবে?

**Formula:--**

এখানে উভয় মানই বৃদ্ধি পেয়েছে তাই এদের চিহ্ন হবে +

শতকরা বৃদ্ধিঃ $C\% = (+5) + (+5) + \frac{(+5)\times(+5)}{100}$

✡ কোন বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহু যদি 10 % (x%) হ্রাস পায় , তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস পাবে?

**Formula:--**

যেহেতু বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান ,

তাই $F = S = -10$

এখানে উভয় মানই হ্রাস পেয়েছে তাই এদের চিহ্ন হবে −

শতকরা হ্রাসঃ $C\% = (-10) + (-10) + \frac{(-10)\times(-10)}{100}$

✡ একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5% (x%) বৃদ্ধি বা হ্রাস পেলে ঐ বৃত্তের ক্ষেত্রফল শতকরা কতটুকু পরিবর্তন হবে?

**Formula:--** যেহেতু একই বৃত্তের সব ব্যাসার্ধ সমান , তাই উভয় মান সমান হবেঃ

তাই $F = S = \pm 5$

এখানে উভয় মানই হ্রাস পেলে চিহ্ন হবে − , এবং বৃদ্ধি পেলে চিহ্ন হবে +

শতকরা বৃদ্ধিঃ $C\% = (+5) + (+5) + \frac{(+5)\times(+5)}{100}$

✡গতকাল শেয়ারের দাম 25% বেড়েছিল , কিন্তু আজ(বর্ধিত মূল্য থেকে) 5% কমেছে । শেয়ারের দাম মোট কত বেড়েছে বা কমেছে?

যেহেতু প্রথমে দাম বেড়েছিল $F = +25\%$

দ্বিতীয়তে দাম কমেছে $S = -5\%$

শতকরা পরিবর্তনঃ $C\% = (+25) + (-5) + \frac{(+25)\times(-5)}{100}$

✡ কোন দ্রব্যের মূল্য 20% কমলো , কিন্তু দ্রব্যের ব্যবহার 20% বৃদ্ধি পেল।এতে দ্রব্য বাবদ ব্যয় শতকরা কত বাড়ল বা কমল?

শতকরা পরিবর্তনঃ $C\% = (-20) + (+20) + \frac{(-20)\times(+20)}{100}$

✡ ২০০০ সালে যদি কোন জিনিসের দাম 100 টাকা এবং দুই বছরের জন্য প্রতিবছর ঐ জিনিষের দাম 20% করে বৃদ্ধি পায় তবে 2002 সালে ঐ জিনিষের দাম কত?

শতকরা পরিবর্তনঃ $C\% = (+20) + (+20) + \frac{(+20)\times(+20)}{100}$

✡ 10% ও 20% এর পরপর বৃদ্ধি কত % এর একক বৃদ্ধির সমান।

শতকরা পরিবর্তনঃ $C\% = (+10) + (+20) + \frac{(+10)\times(+20)}{100}$

✡ যদি x% লোক সংখ্যা (voter , worker & Student) এবং তাদের মধ্যে y % পুরুষ হয়,তাহলে কত % লোক voter , worker & Student এবং পুরুষ ?

**Formula:-** Mix % = $\frac{X\times Y}{100}$

✡ তানবীর সাহেব তার আয়ের f% খাবার , s% পোশাকে এবং t% উপহার সামগ্রী কেনার কাজে ব্যয় করেন ।এছাড়া অবশিষ্ট n টাকা তিনি দান করেন। তার মাসিক আয় কত?

**Formula:-** - Rest (n) = 100x – (f% + s% + t% )x

✡ একটি ক্লাসে n জন ছাত্র আছে । তাদের মধ্যে x% ফাইনাল পরীক্ষা দিয়েছে। যারা ফাইনাল পরীক্ষা দিয়েছে তার a/b অংশ পাশ করেছে । প্রশ্ন হল কত জন পাশ করেছে?

**Formula:-** -pass = n × x% × (a/b)

✡ তানবীরের আয় রাজীবের আয় অপেক্ষা 25% বেশি। রাজীবের আয় তানবীরের আয় অপেক্ষা শতকরা কত কম?

ধরি , রাজীবের আয় = 100 টাকা

এবং তানবীরের আয় = (100+25 ) বা 125 টাকা

তানবীরের আয় 125 টাকা হলে রাজীবের আয় =100 টাকা

∴ ,, ,, 100 ,, ,, ,, ,, $\frac{100\times100}{125}$ বা 80 টাকা

∴ রাজীবের আয় কম = (100 – 80 ) = 20 টাকা

☆64 কিলোগ্রাম বালি ও পাথরের টুকরার মিশ্রনে বালির পরিমান 25%। কত কিলোগ্রাম বালি মেশালে নতুন মিশ্রনে পাথর টুকরার পরিমান 40% হবে?

প্রথম ক্ষেত্রে,

মিশ্রন 100 কেজি হলে বালির পরিমান =25 কেজি

∴ ,, 64 ,, ,, ,, ,, $= \frac{25\times64}{100}$ কেজি

অতএব , পাথরের পরিমাণ = (64-16) বা 48 কেজি

পরিবর্তিত মিশ্রনে ,

পাথর 40 কেজি হলে মিশ্রন হবে = 100 কেজি

∴ ,, 48 ,, ,, ,, ,, $= \frac{100\times48}{40}$ বা 120 কেজি

নতুন মিশ্রনে বালির পরিমাণ = (120-48) বা 72 কেজি

অতএব , বালি মেশাতে হবে= (72 -16) বা 56কেজি

## পরীক্ষা ও পরীক্ষার্থী বিষয়কঃ

✡শুধুমাত্র নির্দিষ্ট বিশয়গুলতে কৃতকার্যের ক্ষেত্রে , উভয় বিষয়ে কৃতকার্যের সংখ্যা বাদ দিতে হবে।

✡এক বা উভয় বিষয়ে কৃতকার্যের ক্ষেত্রে , শুধুমাত্র নির্দিষ্ট বিষয়গুলোর কৃতকার্যের সংখ্যার সাথে উভয় বিষয়ে কৃতকার্যের সংখ্যা যোগ করতে হবে।

✡ কোন স্কুলে 70% পরিক্ষার্থী ইংরেজীতে এবং 80% পরিক্ষার্থী বাংলায় পাস করে। উভয় বিষয়ে ফেল করেছে 10% , যদি উভয় বিষয় 360 জন পাশ করে তবে ঐ স্কুলে কত জন পরিক্ষার্থী পরীক্ষা দিয়েছে?

**Formula:--**

শুধু ইংরেজীতে ফেল করে = (100 − 70 − 10)% = 20%

শুধু বাংলায় ফেল করে = (100 − 80 − 10)% = 10%

মোট ফেল করে = (20 + 10 + 10)% = 40%

উভয় বিষয়ে পাস করে = (100 − 40)% = 60%

উভয় বিষয়ে 60 জন পাস করে , যখন পরিক্ষার্থীর সংখ্যা = 100 জন

,, ,, 360 ,, ,, ,, ,, ,, ,, $= \frac{100\times360}{60}$ জন

✡ কোন পরীক্ষায় 200 জনের মধ্যে 70% বাংলায় ,60% ইংরেজীতে এবং 40% উভয় বিষয়ে পাস করে ।

1:- উভয় বিষয়ে শতকরা কতজন ফেল করে ? 2:- উভয় বিষয়ে ফেল করে কত জন?

শুধু ইংরেজীতে পাস করে = (60 −40)% = 20%

শুধু বাংলায় পাস করে = (70 − 40)% = 30%

মোট পাস করে = (40 + 30 + 20)% = 90%

উভয় বিষয়ে ফেল করে = (100 − 90)% = 10%

[1 নংয়ের উত্তরঃ উভয় বিষয়ে শতকরা 10% ফেল করে ]

পরীক্ষার্থী 100 জন হলে উভয় বিষয়ে ফেল করে = 10 জন

∴ „ 200 „ „ „ „ „ „ $=\frac{10\times 200}{100}$ জন

# 1.6 ঐকিক নিয়ম (Unitary Method)

এক জাতীয় কয়েকটি জিনিসের দাম, ওজন, দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে তাকে জিনিসের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে, ১টি জিনিসের দাম, ওজন, দৈর্ঘ্য পাওয়া যায়।

একটির দাম বের করে সমস্যার সমাধান করার পদ্ধতিকে ঐকিক নিয়ম বলা হয়।

ঐকিক নিয়মে যে রাশিটি বের করতে হবে সে রাশিটি অবশ্যই অঙ্ক সাজানোর সময় প্রথম লাইনের শেষের দিকে (ডানদিকে) রাখতে হবে।

অর্থাৎ যে জিনিশের মান দেওয়া আছে তা বাম দিকে এবং যা চাওয়া হচ্ছে তা ডানদিকে লিখা হয়।

বামের দেওয়া মানের জন্য → ডানের মানের পরিমাণ [যদি বাড়ে তাহলে গুন হবে , যদি কমে তাহলে ভাগ হবে]

যারা কাজ করে তাদের প্রত্যেকের কাজ করার ক্ষমতা সমান হলে।

কাজের পরিমাণ একই থাকলে এবং কাজটি সম্পন্ন করার লোকের সংখ্যা কমে গেলে → কাজটি শেষ করার সময় বেড়ে যাবে। **এক্ষেত্রে গুন করতে হয় ।**

আবার লোকের সংখ্যা বাড়িয়ে দিলে → কজটি শেষ করার সময় কম লাগে । → **এক্ষেত্রে ভাগ করতে হয়।**

∴ কাজের পরিমাণ অপরিবর্তিত রেখেঃ

X লোকের সংখ্যা বা কাজ সম্পাদনকারী = Y কাজের সময়

1 ‘’ ‘’ = (X × Y) [∵ লোকের সংখ্যা কমলে ,কাজের সময় বাড়বে]

Z ‘’ ‘’ $=\frac{(X\times Y)}{Z}$ [∵ লোকের সংখ্যা বাড়লে ,কাজের সময় কমবে]

কাজের পরিমাণ একই থাকলে এবং কাজটি সম্পন্ন করার লোকের সংখ্যা বেড়ে

✡ $9(M_1)$ জন লোক যদি একটি কাজ 3 $(D_1)$ দিনে করে তবে কতজন লোক কাজটি $9(D_2)$ দিনে করবে?
অথবা ,যদি একটি কাজ 9(M1) জন লোক 12(D1) দিনে করতে পারে , অতিরিক্ত 3(M1) জন লোক নিয়োগ করলে কাজটি কত দিনে শেষ হবে?

Formula:- $M_1 \times D_1 = M_2 \times D_2$

1)⇛ $M_2 = \frac{9 \times 3}{9}$

2)⇛ $D2 = \frac{9 \times 12}{12}$

✡কোন ছাত্রাবাসে 500 জন লোকের 20 দিনের খাদ্য আছে। 5 দিন পর 100 জন লোক চলে গেলে বাকি খাদ্যে আর কত দিন চলবে?

Solution :

100 জন লোক চলে গেলে বাকি থাকে =$(500 - 100)$ = 400 জন

5 দিন পরে ,

500 জন লোকের খাদ্য মজুদ থাকে = $(20 - 5)$ বা 15 দিনের

1 „ „ „ „ „ = $(15 \times 500)$ দিনের

400 „ „ „ „ „ = $\frac{(15 \times 500)}{400}$ দিনের

[∵ 1জন লোকের খাদ্য মজুদ 500 জন লোকের চেয়ে বেশি থাকবে , তাই ২য় ধাপে গুন করা হয়েছে।
আবার ৩য় ধাপে লোক সংখ্যা বেড়ে যাওয়ায় খাদ্য মজুদের পরিমাণও কমে যাবে , তাই এখানে ভাগ করা হয়েছে। ]

✡ যদি X একটি কাজ m দিনে করে, এবং Y ঐ কাজ n দিনে করে । তবে X ও Y একসাথে কাজটি কতদিনে শেষ করতে পারবে ?

Formula:--

X ⇒ m দিনে করে = 1 অংশ কাজ

∴ 1 „ „ = $\frac{1}{m}$ অংশ কাজ

∴ Y ⟶ 1 দিনে করে = $\frac{1}{n}$ অংশ কাজ

X ও Y একত্রে 1 দিনে কাজ করে = $(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}) = \frac{m+n}{m \times n}$ অংশ কাজ

তারা একত্রে $\frac{m+n}{m \times n}$ অংশ কাজ করে = 1 দিনে

∴ „ সম্পূর্ন বা 1 „ „ „ = $\frac{m \times n}{m + n}$ দিনে ।

Formula:-

একত্রে সম্পূর্ন বা সমস্ত কাজের সময় $T = \frac{m \times n}{m + n}$ বা $\frac{\text{উভয়ের দিনের গুণফল}}{\text{উভয়ের দিনের যোগফল}}$

✡ যদি X একটি কাজ m দিনে করে, এবং X ও Y একসাথে কাজটি C দিনে করে । তবে Y ঐ কাজটি কতদিনে শেষ করতে পারবে ?

**Formula:-** একত্রে সম্পূর্ন বা সমস্ত দ্বিতীয় জনের কাজের সময় $T = \frac{m \times C}{m - C}$ বা $\frac{\text{প্রথম} \times \text{একত্রে}}{\text{প্রথম} - \text{একত্রে}}$

✡ X , Y ও Z একটি কাজ যথাক্রমে a , b ও c দিনে সম্পন্ন করতে পারে। তারা একত্রে কাজটি কতদিনে করতে পারবে?

**Formula:-**

একত্রে সম্পূর্ন বা সমস্ত কাজের সময় $T = \frac{a \times b \times c}{ab + bc + ca}$

✡ দুটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা m ও n সময়ে পূর্ন হয়।(অর্থাৎ একটি নল দ্বারা m মিনিটে এবং অপরটি দ্বারা n মিনিটে ) এখন নল দুটি একসাথে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটি কতক্ষনে পূর্ন হবে?

**Formula:-**

পূর্ন হওয়ার সময় $T = \frac{m \times n}{m + n}$

✡ কোন চৌবাচ্চার দুটি নলের , একটি দ্বারা m সময়ে পূর্ন হয় এবং অপরটি দ্বারা n সময়ে খালি হয়। এখন নল দুটি একসাথে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটি কতক্ষনে পূর্ন হবে?

**Formula:-**

পূর্ন হওয়ার সময় $T = \frac{m \times n}{m - n}$ [এখানে বড় মানটি হতে ছোট মানটি বিয়োগ করতে হবে। ]

✡ X , Y ও Z একটি কাজ যথাক্রমে 20 (a) , 24 (b) ও 30(c) দিনে সম্পন্ন করতে পারে।

⇛ ১) তারা একত্রে কাজটি কতদিনে করতে পারবে?

**Solution—**

X ⇒ 20 দিনে করে = 1 অংশ কাজ

∴ X ⟶ 1 দিনে করে = $\frac{1}{20}$ অংশ কাজ

Y ⟶ 1 দিনে করে = $\frac{1}{24}$ অংশ কাজ

Z⟶ 1 দিনে করে = $\frac{1}{30}$ অংশ কাজ

X , Y ও Z একত্রে 1 দিনে কাজ করে = $(\frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30})$ = $\frac{1}{8}$ অংশ কাজ

তারা একত্রে $\frac{1}{8}$ অংশ কাজ করে 1 দিনে

∴ ,, সম্পূর্ন বা 1 ,, ,, ,, = 8 দিনে ।

⇛ তারা একত্রে 6 দিন কাজ করার পর Y ও Z চলে গেল । বাকী কাজ X কত দিনে করবে?

**Formula:--**

একত্রে 1 দিনে কাজ করে = 1/8 অংশ কাজ

∴ ,, 6 ,, ,, ,, = 6/8 বা ¾ অংশ কাজ

বাকী কাজের পরিমাণ = (1 – ¾ ) অংশ কাজ = ¼ অংশ কাজ

∴ X সম্পূর্ন বা 1 অংশ কাজ করে = 20 দিনে

বাকী ¼ ,, ,, ,, = (20 × ¼) =20/4 = 5 দিনে

⇛ তারা একত্রে কাজটি শুরু করে কয়েক দিন পর অসমাপ্ত রেখে Y ও Z চলে যায়। বাকী কাজ X , 5 দিনে শেষ করে । মোট কত দিনে কাজটি সম্পন্ন হয়?

**Formula:--**

∴ X ⟶ 1 দিনে করে = 1/ 20 অংশ কাজ

5 ,, ,, = $\frac{5}{20}$ বা ¼ অংশ কাজ

∵ X অবশিষ্ট 5 দিনে শেষ করে ¼ অংশ কাজ

X , Y ও Z একত্রে বাকী দিনে কাজ করে = (1 – ¼ ) = $\frac{3}{4}$ অংশ কাজ

X , Y ও Z একত্রে 1/8 অংশ কাজ করে = 1 দিনে

∴ ,, সম্পূর্ন বা 1 ,, ,, ,, = 8 দিনে

⇒ ,, ¾ ,, ,, ,, = 8 × $\frac{3}{4}$ দিনে = 6 দিনে

∴ মোট কাজ = X , Y ও Z একত্রে দিন + X এর অবশিষ্ট 5 দিন

= 6 + 5 = 11 দিন

✡ যদি 3( $M_1$) জন পুরুষ বা 5( $W_1$) জন মহিলা একটি কাজ 20($T_1$) দিনে করতে পারে , 4( $M_2$) জন পুরুষ ও 10( $W_2$) মহিলা ঐ কাজটি কত দিনে ( $T_2$) করতে পারবে?

**Formula:--**

3 জন পুরুষ 20 দিনে করে = 1 অংশ বা সমস্ত কাজ

$\Rightarrow$ 3 ,, ,, 1 ,, ,, $= \frac{1}{20}$ অংশ কাজ

$\Rightarrow$ 1 ,, ,, 1 ,, ,, $= \frac{1}{20 \times 3}$ অংশ কাজ

$\Rightarrow$ 4 ,, ,, 1 ,, ,, $= \frac{4}{20 \times 3}$ অংশ কাজ $= \frac{1}{15}$ অংশ কাজ

[এখানে তৃতীয় ধাপে ভাগ করা হয়েছে , কারন লোকসংখ্যা কমলে কাজের পরিমাণ কম হবে।

$\Rightarrow$ চতুর্থ ধাপে গুন করা হয়েছে, কারন লোকের সংখ্যা বাড়লে কাজের পরিমাণ বেশি হয়। ]

আবার,

5 জন মহিলা 20 দিনে করে = 1 অংশ বা সমস্ত কাজ

$\Rightarrow$ 1 ,, ,, 1 ,, ,, $= \frac{1}{20 \times 5}$ অংশ কাজ

$\Rightarrow$ 10 ,, ,, 1 ,, ,, $= \frac{10}{20 \times 5}$ অংশ কাজ $= \frac{1}{10}$ অংশ কাজ

4 জন পুরুষ ও 10 মহিলা,

1 দিনে করে = $(\frac{1}{15} + \frac{1}{10})$ অংশ কাজ = $\frac{1}{6}$ অংশ কাজ

$\Rightarrow \frac{1}{6}$ অংশ কাজ করে = 1 দিনে

$\therefore$ 1 বা সমস্ত ,, ,, ,, = 6 দিনে।

**Formula :**

কাজটি সম্পূর্ন করতে সময় $T_2 = \frac{M1 \times W1 \times T1}{(M1 \times W2) + (M2 \times W1)}$

✡ একটি বানর 10(L) মিটার লম্বা একটি খুঁটী বেয়ে উঠতে লাগল। বানরটি যদি 1(t) মিনিটে 50(U) সেমি উঠে এবং পরবর্তী মিনিটে 25(D) সেমি নেমে পড়ে তবে , খুটির মাথায় উঠতে বানরটির কত সময় লাগবে?

Formula:-

মোট সময় T = $\frac{2L-(U+D)}{U-D} \times t$

এখানে U = Up উপরে উঠা , D = Down নিচে নামা

$\Rightarrow T = \frac{(2\times10)-(50+25)}{50-25} \times 1 =$ 77Min

✡ একটি খুঁটির $\frac{1}{a}$ অংশ মাটির মাটির নিচে, $\frac{1}{b}$ অংশ কাদার মধ্যে, $\frac{c}{d}$ অংশ পানির মধ্যে ও n মিটার পানির উপরে আছে । খুটির দৈর্ঘ্য কত?

Formula:--পানির উপরের অংশ(মান দেওয়া পরিমাণ ) n = $1 - (\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{c}{d})$

# নৌকা ও স্রোত(Boat & Stream):

কোন কিছুর গতিবেগ = $\frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}}$

অতিক্রান্ত দূরত্ব = গতিবেগ × সময়

স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী গতিবেগ = নৌকার প্রকৃত গতিবেগ + স্রোতের গতিবেগ

স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার কার্যকরী গতিবেগ = নৌকার প্রকৃত গতিবেগ − স্রোতের গতিবেগ

# ট্রেনের গতিবেগঃ (Speed of The Train)

ধরি , দুইটি ট্রেনের গতিবেগ যথাক্রমে U ও V হয়। [যদি U > V হয়]

যখন দুটি গাড়ি বা ট্রেন পরস্পর বিপরীত দিকে চলে , তখন তাদের আপেক্ষিক বেগ তাদের গতিবেগের সমষ্টির সমান।

∴ আপেক্ষিক বেগ (Relative Speed) = U +V

যখন দুটি গাড়ি বা ট্রেন একই দিকে চলে , তখন তাদের আপেক্ষিক বেগ তাদের গতিবেগের বিয়োগফলের সমান। ∴ আপেক্ষিক বেগ (Relative Speed) = U – V

একটি সিগন্যাল পোস্ট / খুঁটী / স্থির দাঁড়ানো লোককে অতিক্রম করতে X একক দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি ট্রেনের T সময় লাগলেঃ

∴ ট্রেনটি T সময়ে অতক্রম করে X একক দূরত্ব

„ 1 „ „ „ = $\frac{X}{T}$ একক দূরত্ব

⇒ ট্রেনের গতিবেগ = $\frac{X}{T}$

✡$L_p$ একক লম্বা একটি বস্তুকে (যেমনঃ সেতু , সুরঙ্গ , প্ল্যাটফরম ও অন্য দাঁড়ানো ট্রেন ) অতিক্রম করতে $L_t$ একক দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি ট্রেনের T সময় লাগলেঃ

∴ ট্রেনটি T সময়ে অতক্রম করে $=(L_p + L_t)$ একক দূরত্ব

„ 1 „ „ „ $= \frac{(L_p + L_t)}{T}$ একক দূরত্ব

⇛ ট্রেনের গতিবেগ $v_t = \frac{(L_p + L_t)}{T}$

✡ একটি ট্রেন ঘণ্টায় $45(v_t)$ কিমি বেগে চলে $100(L_p)$ মিটার দৈর্ঘ বিশিষ্ট একটি প্ল্যাটফরম 60(T) সেকেন্ডে অতিক্রম করল । ট্রেনটির দৈর্ঘ কত মিটার নির্নয় কর?

Formula:-- ট্রেনটি ,

1 ঘন্টায় বা $(60 \times 60)$ সেকেন্ডে যায় = 45 কিমিঃ = $(45 \times 1000)$মিটার

∴ 60 „ „ $= \frac{45 \times 1000 \times 60}{60 \times 60}$ বা 750 মিটার

প্রকৃতপক্ষে ট্রেনটি 60 সেকেন্ডে ,

মোট অতিক্রম করে = ট্রেনটির দৈর্ঘ + প্ল্যাটফরমের দৈর্ঘ

⇒ $750 =$ ট্রেনটির দৈর্ঘ $+ 100$

∴ ট্রেনটির দৈর্ঘ্য = 650 মিটার

Formula:- ট্রেনের গতিবেগ $v_t = \frac{(L_p + L_t)}{T}$

⇛ $45 \times \frac{5}{18} = \frac{(100 + L_t)}{60}$ [∵ To Convert Soeed in **km/hr** to **m/sec** multiply speed by $\frac{5}{18}$ ]

⇛ $L_t = 650$

✡121 $(L_x)$ মিটার ও 99 $(L_y)$ মিটার দীর্ঘ দুইটি ট্রেন যথাক্রমে ঘণ্টায় 40 $(v_x)$ কিমি ও 32 $(v_y)$ কিমি বেগে বিপরীত দিক থেকে পরস্পরের দিকে আসতে থাকলে কত সময়ে ট্রেন দুইটা পরস্পরকে অতিক্রম করবে?

অতিক্রান্ত সময় $T = \frac{L_x + L_y}{v_x + v_y}$

ট্রেন দুইটি পরস্পর বিপরীত দিকে চলছে , তাই আপেক্ষিক বেগ (Relative Speed) $= v_x + v_y$

ট্রেন দুইটি একই দিকে চলছে , তাই আপেক্ষিক বেগ (Relative Speed) $= v_x - v_y$

⇛ $T = \frac{121 + 99}{(40 + 32) \times \frac{5}{18}} = 11$ Second [1 km/hr $= \frac{5}{18}$ meter/second ]

✡ 150 $(L_t)$ মিটার দীর্ঘ কোন ট্রেন 68$(v_x)$ কিমি/ ঘণ্টা বেগে চলে , একই দিকে 8 $(v_y)$ কিমি/ ঘণ্টা বেগে চলন্ত কোন ব্যক্তিকে ট্রেনটি কত সময়ে অতিক্রম করবে?

**Formula:-**

অতিক্রান্ত সময় $T = \frac{L_t + L_p}{v_x - v_y}$

এখানে ব্যক্তিটির দৈর্ঘ্য $L_p = 0$ মিটার

$\Rightarrow T = \frac{150 + 0}{(68 - 8) \times \frac{5}{18}} = 9$ Second $[1\ km/hr = \frac{5}{18}\ meter/second\ ]$

✡ দুইটি ট্রেন যথাক্রমে ঘণ্টায় 20 $(v_x)$ কিমি ও 30 $(v_y)$ কিমি বেগে চলছে। যদি প্রথম ট্রেনটা এক ঘণ্টা আগে যাত্রা শুরু করে , তবে দ্বিতীয় ট্রেনটির ১ম ট্রেনটিকে ধরতে কত সময় লাগবে?

**Formula:-**

$\Rightarrow T = \frac{v_x \times Time\ Difference}{v_y - v_x}$

$\therefore T = \frac{20 \times 1}{30 - 20}$

# 1.7 সুদকষা

# (Calculation of Interest)

**P** → আসল বা মূলধন (Principal / Capital / Sum )[বিনিয়োগ → Invested]

**I** → সুদ / মুনাফা / ( Interest / Extra money for Interest) [মূলধনের জন্য প্রতি বছর যে অতিরিক্ত টাকা পায় ]

**N** → সময় / বছর [বার্ষিক → Per-annum ]

**R** → সুদের হার (Rate of Interest) [কোন নির্দিষ্ট টাকার অর্থাৎ মূলধনের উপর কোন নির্দিষ্ট সময়ের জন্য যে সুধ দেওয়া হয়। সাধারণত , 100 টাকার উপর 1 বছরের জন্য যে সুধ ধরা হয় তা হচ্ছে বার্ষিক শতকরা সুধের হার]

**A** → সুদাসল/সুদ-মূল/সবৃদ্ধিমূল (Amount/ Interest-principal/Increased Principal)

সুদাসল = সুদ + আসল

$\therefore$ P টাকায় t বছরের সুদ = p × t টাকায় 1 বছরের সুদ

# সরল সুধঃ(Simple Interest)→

প্রত্যেক বছরের জন্য সুদ দেওয়া হয় কিন্তু তা আসলের সাথে যোগ করা হয় না। অর্থাৎ প্রত্যেক বছর আসল একই থাকে।

এক ব্যক্তি P টাকা বার্ষিক r % হারে মুনাফায় বিনিয়োগ করলে n বৎসরে কত টাকা মুনাফা পাবে?

∵ শতকরা বার্ষিক সুদের হার r হলে,

100 টাকায় 1 বছরের সুদ r টাকা

$\therefore 1$ '' 1 '' '' $\frac{r}{100}$

$\therefore P$ '' 1 '' '' $\frac{p \times r}{100}$

$\therefore P$ '' t বা n '' '' $\frac{p \times r \times t}{100}$

$\therefore$সুদ $I = \frac{p \times r \times t}{100}$ $\Rightarrow$

$\therefore I = npr\ [r = r\% = r/100]$

☆ সুদ $= \frac{\text{আসল} \times \text{হার} \times \text{সময়}}{100}$ [মনে রাখুনঃ সুদ হচ্ছে আসল হারের সময় ]

✡ সুদাসল A = আসল P + সুদ I

$\Rightarrow A = P + nPr = P(1 + nr)$

$\Rightarrow P = \frac{A}{1 + \frac{nr}{100}}$ $[r = r\% = r/100]$

$\Rightarrow P = \frac{100 \times A}{100 + nr}$

☆ আসল $= \frac{100 \times \text{সুদাসল(A)}}{100 + (\text{হার} \times \text{সময়})}$

[মনে রাখুনঃ আসল সমান সুদাসলে ১০০ গুন , ভাগে, হারের সময় ১০০ যোগ ]

# চক্রবৃদ্ধি সুদঃ ( Compound Interest):

প্রত্যেক বছর আসলের সাথে সুধ যোগ করা হয় ।তাই প্রত্যেক বছর আসল বৃদ্ধি পায়।

প্রারম্ভিক মূলধন বা আসল P এবং শতকরা বার্ষিক সুদের হার r

n বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি সবৃদ্ধি মূলধন C = p $(1+r)^n$

☆ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = চক্রবৃদ্ধি মূলধন (C) – প্রারম্ভিক মূলধন (P)

$= P\ (1+r)^n - P$

বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি সুদের ক্ষেত্রেঃ-

চক্রবৃদ্ধি সবৃদ্ধি মূলধন = আসল $\times (1 + \frac{\text{সুদের হার}}{100})$ সময়

অর্ধ – বার্ষিক(ষাণ্মাসিক ) চক্রবৃদ্ধি সুদের ক্ষেত্রেঃ-

সুদাসল = আসল $(1 + \frac{\text{সুদের হার}}{২০০})^{2 \times \text{সময়}}$

✡ শতকরা বার্ষিক কত হার(r=?) সুদে 700 (P) টাকায় 5(t) বছরের সুদ 105(I) টাকা হবে?

Solution-

700 টাকায় 5 বছরের সুদ = 105 টাকা

∴ 100 „ 1 „ „ $= \frac{100 \times 105}{5 \times 700}$ টাকা

Formula:-

∴সুদ I = $\frac{p \times r \times t}{100}$

$\Rightarrow 105 = \frac{700 \times r \times 5}{100}$

$\therefore r = \frac{100 \times 105}{5 \times 700}$

✡ শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে যে কোন মূলধন বা আসল 5 বছরে সুদে-মূলে বা লাভে আসলের দ্বিগুণ হবে?

ধরি , মূলধন X টাকা

∴ 5 বছরে সুদ-মূল = 2X টাকা

সুদ = সুদ-মূল – মূলধন = 2X – X = X টাকা

X টাকায় 5 বছরের সুদ = X টাকা

∴ 100 „ 1 „ „ = $\frac{x \times 100}{x \times 5}$ টাকা = 20 টাকা = 20%

**Formula:-**

$$\text{সুদের হার } \left(\frac{r}{100}\right) = \frac{\text{প্রদত্ত গুন বা যত গুন} - 1}{\text{সময় বা বছর}}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{100} = \frac{2-1}{5} \quad \therefore \Rightarrow r = 20\%$$

✡ সুদের হার 8% ($r_1$) হতে বেড়ে [বা কমে] 10% ($r_2$) হওয়াতে এক ব্যাক্তির আয় 5(t) বছরে 200 (I) টাকা বেড়ে গেল । তার মূলধন (p=?) কত?

**Formula:--**

100 টাকা মূলধন হলে 1 বছরে আয় বাড়ে = (10 – 8 ) টাকা = 2 টাকা

∴ 100 ,, ,,, ,, 5 ,, ,, ,, = (5 × 2 ) টাকা = 10 টাকা

আয় 10 টাকা বাড়ে মূলধন = 100 টাকা

$$\therefore \text{ ,, } 200 \text{ ,, ,, ,, } = \frac{100 \times 200}{10} \text{ টাকা}$$

**Formula:-** $$\text{সুদ } I = \frac{p \times |r_1 - r_2| \times t}{100}$$

$$\Rightarrow 200 = \frac{p \times |8-10| \times 5}{100} \quad \therefore p = 2000 \text{ টাকা}$$

✡ শতকরা 5 (r) টাকা হার সুদে 10 (t) বছরে সুদাসলে 5000 (A) টাকা হলে মূলধন বা আসল (p=?)কত?

**Formula:--**

5% হার সুদে, 100 টাকায় 10 বছরের সুদ = ( 5 × 10)টাকা = 50 টাকা

∴ 100 টাকা 10 বছরে সুদে আসলে হয় = ( 100 + 50 ) টাকা = 150 টাকা

সুদাসল 150 টাকা হলে আসল = 100 টাকা

$$\therefore \text{ ,, } 5000 \text{ ,, ,, ,, } = \frac{100 \times 5000}{150} \text{ টাকা}$$

**Formula:-**

$$\text{আসল } P = \frac{100 \times A}{100 + (r \times t)}$$

$$\Rightarrow P = \frac{100 \times 5000}{100 + (5 \times 10)}$$

✡ একই হার সুদে 300 $(p_1)$ টাকায় 4 $(t_1)$ বছরের সুদ এবং 500 $(p_2)$ টাকায় 5 $(t_2)$ বছরের সুদ একত্রে 148 (I) টাকা হলে , শতকরা বার্ষিক সুদের হার(r=?) কত?

**Formula:--**

300 টাকায় 4 বছরের সুদ = 1200 টাকায় 1 বছরের সুদ

500 টাকায় 5 বছরের সুদ = 2500 টাকায় 1 বছরের সুদ

$\therefore (1200 + 2500) = 3700$ টাকায় 1 বছরের মোট সুদ

3700 টাকায় টাকায় 1 বছরের সুদ 148 টাকা

$\therefore$ 100 ,, ,, 1 ,, ,, $= \frac{148 \times 100}{3700}$ টাকা

বিকল্প নিয়মঃ ধরি উভয় ক্ষেত্রে সুদের হার = x % = x/100

প্রথম ক্ষেত্রে, সুদ $I_1 = \frac{300 \times 4 \times X}{100}$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, সুদ $I_2 = \frac{500 \times 5 \times X}{100}$

প্রশ্নমতে, $I_1 + I_2 = 148$

$\Rightarrow \frac{300 \times 4 \times X}{100} + \frac{500 \times 5 \times X}{100} = 148$

$\Rightarrow x = 4\%$

**Formula:-**

$$I = \frac{r \times (p_1 t_1 + p_2 t_2)}{100} \qquad \Rightarrow r = \frac{100 \times I}{p_1 t_1 + p_2 t_2}$$

$$\therefore r = \frac{100 \times 148}{(300 \times 4) + (500 \times 5)} = 4\%$$

☆ কোন আসল 3 ($n_1$) বছরে সুদ আসলে 460($A_1$) টাকা এবং 5($n_2$) বছরে সুদে আসলে 500($A_2$) টাকা হলে শতকরা সুদের হার কত ?

আসল + 5 বছরের সুদ = 500 টাকা

আসল + 5 বছরের সুদ = 460 টাকা

———————————————— [বিয়োগ করে ]

∴ 2 বছরের সুদ = 40 টাকা

1 ~ ~ = $\frac{40}{2}$ = 20টাকা

3 ~ ~ = 20×3 = 60 টাকা

∴আসল = (460—60)টাকা = 400 টাকা

400 টাকায় 1 বছরের সুদ 20 টাকা

1 ~ 1 ~ ~ 20/400

100 ~ 1 ~ ~ $\frac{20}{400} \times 100$

✡ বার্ষিক 10%(r% ) চক্রবৃদ্ধি হারে সুদ 60 0 (p) টাকা ব্যাংকে জমা রাখলে দ্বিতীয়/ 2 (n ) বছরের শেষে সুদসহ মোট পরিমাণ কত হবে?

**Formula:-**

চক্রবৃদ্ধি সবৃদ্ধি মূলধন C = p $(1+r)^n$

⇛ চক্রবৃদ্ধি সবৃদ্ধি মূলধন C = 600 $(1+\frac{10}{100})^2$

C = 726

# 1.8 লাভ-ক্ষতি (Profit-Loss)

ক্রয়মূল্য (Cost Price ) CP :- কোন জিনিশ কিনতে বা তৈরি করতে যে ব্যয় হয়।

বিক্রয়মূল্য (Selling Price )SP:- কোন জিনিস বিক্রয় করলে/বেচলে যে দাম পাওয়া যায়।

লাভ/মুনাফা (Profit /Gain) P:- লাভ (Profit) = বিক্রয়মূল্য (SP) − ক্রয়মূল্য (CP)

ক্ষতি/ লোকসান (Loss)L:- ক্ষতি(loss) = ক্রয়মূল্য (CP) − বিক্রয়মূল্য (SP)

তুলনা করার জন্য লাভ বা ক্ষতি ,শতকরা হারে প্রকাশ করা হয়।আনুসাঙ্গিক খরচ উল্লেখ না থাকলে ক্রয়মূল্যকেই বিনিয়োগ বলে গন্য করা হয়।

লাভ-ক্ষতির শতকরা হিসাব সবসময় ক্রয়মূল্যের বা বিনিয়োগের উপর করা হয়। অর্থাৎ লাভ বা ক্ষতি ক্রয়মূল্যের উপর হিসাব করা হয় । লাভ বা ক্ষতি কে সাধারণত বিনিয়োগের বা ক্রয়মূল্যের শতকরা রূপে প্রকাশ করা হয় ।

X % লাভ বা ক্ষতি বললে → লাভ বা ক্ষতি বিনিয়োগ বা ক্রয়মূল্যের x % বুঝতে হবে। অর্থাৎ
১০০ টাকা বিনিয়োগের লাভ বা ক্ষতি x টাকা ।

C টাকা বিনিয়োগে x % লাভ বা ক্ষতি হলে,

মোট লাভ বা ক্ষতি = $\frac{C \times X}{100}$ টাকা ।

∴ X % লাভে c টাকা বিনিয়োগকৃত জিনিসের বিক্রয়মূল্য = ( C + $\frac{C \times X}{100}$ ) টাকা ।

∴ X % ক্ষতিতে C টাকা বিনিয়োগকৃত জিনিসের বিক্রয়মূল্য = ( C − $\frac{C \times X}{100}$ ) টাকা ।

C টাকা বিনিয়োগে মোট P টাকা লাভ বা ক্ষতি হলে ,

মোট লাভ বা ক্ষতি = $\frac{C \times 100}{P}$ টাকা।

✡ টাকায় 6 (n) টি লেবু ক্রয় করে টকায় 5 (n-1) টি বিক্রয় করলে শতকরা লাভের হার কত?

Furmula: এক্ষেত্রে বিক্রয় সংখ্যা ক্রয়ের সংখ্যা থেকে 1 কম হতে হবে।

লাভ(Profit %) = $\frac{100}{Number\ of\ Sells\ (\text{বিক্রয় সংখ্যা})}$

⇛ Profit % = $\frac{100}{5}$ %

✡ টাকায় 9 (n) টি লেবু ক্রয় করে টকায় 10 (n + 1) টি বিক্রয় করলে শতকরা ক্ষতির হার কত?

Furmula: এক্ষেত্রে বিক্রয় সংখ্যা ক্রয়ের সংখ্যা থেকে 1 বেশি হতে হবে।

ক্ষতি (Loss %) = $\frac{100}{Number\ of\ Sells\ (\text{বিক্রয় সংখ্যা})}$

$\Rightarrow \text{loss \%} = \frac{100}{10}\%$

✡ টাকায় 9 (n) টি এবং টাকায় 11 (n+2) টি দরে সমানসংখ্যক লেবু কিনে , তানবীর টাকায় 10 (n+1) টি দরে বিক্রয় করলে তার লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ কত?

Furmulaঃ

ক্রয়(n) , বিক্রয়(n+1) ও ক্রয়(n+2) এর মধ্যে ক্রমিক সংখ্যা থাকবে,

টাকায় দুই ধরনের ভিন্ন ভিন্ন জিনিশ কিনবে, কিন্তু সবগুলো একটি নির্দিষ্ট দামে বিক্রয় করবে?

$\therefore$ ক্ষতি (loss) = $\frac{100}{(1\ \text{টাকায় যতটি বিক্রি হয়}\ [sell/taka])^2}$

$\Rightarrow \text{loss \%} = \frac{100}{(10)^2}$

✡টাকায় 12(n) টি লেবু বিক্রয় করায় 25%(F%) লাভ হয়।50%(S%) লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি লেবু বিক্রয় করতে হবে?

**Formula:-** বিক্রয় সংখ্যা =n , First Value=F%, Second Value=S%

জিনিসের সংখ্যা = $n \times \frac{100+F}{100+S}$ [লাভ হলে চিহ্ন + ,ক্ষতি হলে চিহ্ন - ]

$\Rightarrow$ জিনিসের সংখ্যা = $12 \times \frac{100+25}{100+50}$

✡ 5(m) টাকায় 2(n) টি করে লেবু কিনে 35(s) টকায় কয়টি করে লেবু বিক্রয় করলে 40%(P%) লাভ হবে?

**Formula:-** জিনিসের সংখ্যা = $\frac{m}{n} \times \frac{100 \times S\ (Sell\ price)}{100 + P\ (profit)}$

$\Rightarrow$ জিনিসের সংখ্যাঃ = $\frac{2}{5} \times \frac{100 \times 35}{100+40}$

✡ একটি দ্রব্য 150(S) টাকায় বিক্রয় করায় 20(L/P) টাকা ক্ষতি হল ।ক্ষতির শতকরা হার কত?

Solution ∴ দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য = (150 + 20 )টাকা =170 টাকা

ক্রয়মূল্য 170 টাকায় ক্ষতি হয় = 20 টাকা

∴ ,, 100 ,, ,, ,, $= \frac{20 \times 100}{170}$

**Formula:-** ক্রয়মূল্য = বিক্রয়মূল্য + ক্ষতি [∵ক্ষতি = ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য]

লাভ বা ক্ষতির শতকরা হার = $\frac{\text{লাভ বা ক্ষতি} \times 100}{\text{ক্রয়মূল্য}}$

$\Rightarrow \text{Cost} = 150 + 20 = 170 \quad \Rightarrow \quad \% = \frac{20 \times 100}{170}$

✡ তানবীর 900 (S) টাকায় তার মোবাইল বিক্রি করে 20% (p%) লাভ করল। মোবাইলটির দাম কত?

⇛ একটি দ্রব্যের বিক্রয়মূল্য 900 (S) টাকা । এতে বিক্রেতার লাভ হয় 20% (p%)। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?

**Formula:-** ক্রয়মূল্য = $\frac{100 \times \text{বিক্রয়মূল্য}}{100 + \text{লাভ}}$

$\Rightarrow \text{Cost} = \frac{100 \times 900}{100 + 20}$

✡ একটি দ্রব্য 900 (S) টাকায় বিক্রয় করলে , 20% (L%) লস বা ক্ষতি হলে,ক্রয়মূল্য কত?

**Formula:-** ক্রয়মূল্য = $\frac{100 \times \text{বিক্রয়মূল্য(Sell)}}{100 - \text{ক্ষতি } (loss)}$

$\Rightarrow \text{Cost} = \frac{100 \times 900}{100 - 20}$

✡এক ব্যাক্তি একটি দ্রব্য 1200(n) টাকায় কিনে 15%(p%) লাভে বিক্রয় করল , ক্রেতা ঐ দ্রব্য তৃতীয় এক ব্যাক্তির কাছে 5%(L%) ক্ষতিতে বিক্রয় করল। শেষ বিক্রয়মূল্য কত ছিল?

**Solution:** ∵ লাভে বিক্রি করা হলে 100 সাথে যোগ করতে হবে , এবং ক্ষতিতে বিক্রি করা হলে 100 থেকে বিয়োগ করতে হবে ।

P% লাভে,

ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (100 + P ) টাকা

∴ ,, n ,, ,, ,, $= \frac{n \times (100+P)}{100}$ টাকা

L% ক্ষতিতে,

ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (100 - L ) টাকা

∴ $\frac{n \times (100+P)}{100}$ ,, ,, ,, $= \frac{(100-L)}{100} \times \frac{n \times (100+P)}{100}$

[এখানে P% লাভের বিক্রয়মূল্য মান , L% ক্ষতির ক্রয়মূল্যে বসবে। কারন ক্রেতা p% লাভে কেনা দ্রব্য তৃতীয় এক ব্যাক্তির কাছে 5%(L%) ক্ষতিতে বিক্রয় করেছে ।]

✡ এক ব্যক্তি কোন দ্রব্যের ধার্য বা নির্ধারিত মূল্যের 8% (T%) কমিশন দিয়েও 15%(p%) লাভ করে। যে দ্রব্যের ক্রয়মূল্য 280(C) টাকা ,তার ধার্য মূল্য(Marked Price) কত?

**Formula:--**

15% লাভে,

ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (100 +15 ) টাকা =115 টাকা

∴ ,, 280 ,, ,, ,, $= \frac{115 \times 280}{100}$ টাকা $= 322$ টাকা

∵ ধার্য মূল্যের 8% কমিশন দেয় অর্থাৎ ক্ষতিতে,

বিক্রয়মূল্য (100 - 8 )বা 92 টাকা হলে ধার্য মূল্য বা ক্রয়মূল্য = 100 টাকা

∴ ,, 322 ,, ,, ,, ,, $= \frac{100 \times 322}{92}$ টাকা = 350 টাকা

✡ তানবীর 30(n) টি আম 55(C) টাকায় কেনার পর বাড়ি এসে দেখল যে 20%(n এর 20% ) আম পঁচা। এরপর বাকী আম গুলো 40(S) টাকা ডজন বা 12 টা দরে বিক্রি করল। এতে তার মোট কতটাকা লাভ হল?

Formula : প্রকৃত ক্রয় সংখ্যা (নষ্ট বাদে) $= 30 - 30$ এর 20% $=24$

লাভ (Profit) $=\left(\frac{\text{প্রকৃত ক্রয় সংখ্যা}}{\text{বিক্রয় হার}} \times \text{বিক্রয়মূল্য}\right) - \text{ক্রয়মূল্য}$

$\Rightarrow \text{Profit} = \left(\frac{24}{12} \times 40\right) - 55$

✡ কলার দাম 25%(R% -reduction) কমে যাওয়ায় তানবীর 120(T) টাকায় পূর্বাপেক্ষা বা আগের তুলনায় 30(n) টি কলা বেশি পায়। এক ডজন বা ১২টা কলা কিনতে বর্তমানে কত টাকা ব্যয় হবে?

**Formula:-**

$\text{ক্রয়মূল্য} = \text{কমা R\% বা } \left(\frac{R}{100}\right) \times \frac{\text{মোট টাকা}}{\text{কম বা বেশি পাওয়া সংখ্যা}} \times \text{যতগুলো কিনতে হবে}$

$\Rightarrow \text{Cost} = \frac{25}{100} \times \frac{120}{30} \times 12$

✡ একটি ডিকশনারী 10%(L%) ক্ষতিতে বিক্রি করা হল। যদি বিক্রয়মুল্য 40(C) টাকা কম হত , তবে বিক্রেতা 20%(p%) লাভ করতে পারত। এর ক্রয়মুল্য কত?

Solution শর্তঃ প্রশ্নে ২টি শতকরা বা % থাকতে হবে

10% ক্ষতিতে বিক্রয় মূল্য = $(100 - 10)$ টাকা = 90 টাকা

20% লাভে বিক্রয় মূল্য = $(100 + 20)$ টাকা = 120 টাকা

বেশি বিক্রয় মূল্য $(120 - 90)$ টাকা = 30 টাকা

বেশি বিক্রয়মূল্য 30 টাকা হয় যখন ক্রয়মূল্য 100 টাকা

$\therefore$ ,, ,, 40 ,, ,, ,, ,, $\frac{100 \times 40}{30}$ টাকা

**Formula:-**

$$\text{ক্রয়মূল্য} = \frac{\text{কম বা বৃদ্ধি} \times 100}{\text{উভয় শতকরার পার্থক্য}}$$

বিকল্পঃ

বিক্রয়মূল্য 40 টাকা বেশি হলে 10% ক্ষতিপূরণ হয়েও 20% লাভ হত,

$\therefore 10\% + 20\% = 40$

$\Rightarrow 15\% = 40$

$\Rightarrow 1\% = \frac{40}{15}$

$\Rightarrow 100\% = \frac{40 \times 100}{15}$

**Formula:-**

$$\text{ক্রয়মূল্য} = \frac{100 \times \text{দাম কম বা বৃদ্ধি}}{\text{প্রথম } L\% + \text{দ্বিতীয় } P\%}$$

$$\Rightarrow \text{ক্রয়মূল্য} = \frac{100 \times 40}{10 + 20}$$

✡ একজন দোকানদার 10%(L%) ক্ষতিতে একটি দ্রব বিক্রয় করল। যদি দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য 20%(C%) কম হত এবং বিক্রয়মূল্য 50 টাকা বেশি হতো, তাহলে তার 40% (P%) লাভ হত । দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?

**Solution:** শর্তঃ প্রশ্নে 3 টি শতকরা বা % থাকবে

20% কমে ক্রয়মূল্য = $(100 - 20)$ টাকা = 80 টাকা

40% লাভে বিক্রয় মূল্য = (100 + 40 ) টাকা = 140 টাকা

40% লাভেঃ

ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = 140 টাকা

∴ ,, 80 ,, ,, ,, $\frac{80 \times 140}{100}$ টাকা $= 112$ টাকা

10%ক্ষতিতে , বিক্রয়মূল্য = (100 – 10 ) =90 টাকা

দুই বিক্রয়মূল্যের মধ্যে পার্থক্য = (112 -90) টাকা = 22টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য 22 টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য = 100 টাকা

,, 50 ,, ,, ,, = $\frac{100 \times 50}{22}$

**Formula:**

10% ক্ষতিতে বিক্রয় মূল্য, $Sells_1$ = $(100 - 10)$ টাকা = 90 টাকা

ক্রয়মূল্য 20% কম হলে = (100 - 20 ) টাকা = 80 টাকা হবে ,

এক্ষেত্রে লাভ বা profit হবে , 80 × 40% =32

∴ বিক্রয়মূল্য ,$Sells_2$ = নতুন ক্রয়মূল্য + লাভ = 80 + 32 = 112

∴ ক্রয়মূল্য = $\frac{100 \times \text{বেশি বা কম দাম}}{|\ Sells1 + Sells2\ |}$

[এখানে || চিহ্ন মানে হল Absolute Value বা পরম মান অর্থাৎ এর ভিতর Negative মান থাকলেও Positive মান নিবেন]

$\Rightarrow Cost = \frac{100 \times 50}{|\ 90 - 112\ |}$

✡ 4 (X) টকায় 5 (n) টি করে কিনে , 5(Y) টাকায় 4 (m) টি করে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?

**Solution:**

5 টির ক্রয়মূল্য = 4 টাকা

∴ 1 „ „ $= \frac{4}{5}$ টাকা

আবার ,

4 টির ক্রয়মূল্য = 5 টাকা

∴ 1 „ „ $= \frac{5}{4}$ টাকা

প্রতিটিতে লাভ = বিক্রয়মূল্য- ক্রয়মূল্য = $\frac{5}{4} - \frac{4}{5} = \frac{9}{20}$ টাকা

[∵ লাভ বা ক্ষতির শতকরা হিসাব ক্রয়মূল্যের উপর হিসাব করা হয় । ]

প্রতিটির ক্রয়মূল্য $\frac{4}{5}$ টাকায় লাভ হয় $= \frac{9}{20}$ টাকা

∴ „ „ 100 „ „ „ $= \frac{5 \times 9 \times 100}{20 \times 4}$

Formula

Make this Graph and Cross Multiply

(নিচের নিয়ম আনুসারে ক্রস গুন করুন)

| | | জিনিসের সংখ্যা | দাম টাকা | |
|---|---|---|---|---|
| ক্রয়মূল্য | Cost: | 5 | 4 | = 4 × 4 =16 |
| বিক্রয়মূল্য | Sells: | 4 | 5 | = 5 × 5 = 25 |

এখানে ক্রয়মূল্যের চেয়ে বিক্রয় মূল্য বেশি তাই লাভ হয়েছে।

∴ লাভ = বিক্রয় মূল্য – ক্রয়মূল্য = 36 – 25 =11

সুতরাং শতকরা লাভ (Profit) = $\frac{\text{লাভ (11)}}{\text{বিক্রয়মূল্য(25)}} \times 100$

✡ টাকায় X টি করে আম ক্রয় করে টাকায় Y টি করে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?

অথবা তানবীর 5 টি লেবু যে মূল্যে ক্রয় করে , 4 টি লেবু সেই মূল্যে বিক্রয় করে । তার শতকরা কত লাভ হবে?

**Solution:**

X টি আমের ক্রয়মূল্য = 1 টাকা

∴ 1 „ „ = $\frac{1}{X}$ টাকা

আবার

Y টি আমের বিক্রয়মূল্য = 1 টাকা

∴ 1 „ „ = $\frac{1}{Y}$ টাকা

প্রতিটি আমে লাভ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য = $\frac{1}{Y} - \frac{1}{X}$ টাকা

∴ প্রতিটির ক্রয়মূল্য $\frac{1}{X}$ টাকায় লাভ হয় = $\frac{X-Y}{XY}$ টাকা

„ „ 100 „ „ „ = $\frac{(X-Y)\times X\times 100}{XY}$ টাকা

**Formula**

শতকরা লাভ = $\frac{(X-Y)\times X\times 100}{XY}$ = $\frac{(5-4)\times 5\times 100}{5\times 4}$

☆ তানবীর একটি দ্রব্য 380 টাকায় বিক্রয় করায় 20 টাকা ক্ষতি (বা লাভ) হল । ক্ষতির শতকরা হার কত ?

**Solution:**

দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য = (380+20) বা 400 টাকা

ক্রয়মূল্য 400 টাকায় ক্ষতি হয় =20 টাকা

∴ „ 100 „ „ „ $\frac{100\times 20}{400}$ টাকা

☆একটি ঘড়ি 10% ক্ষতিতে বিক্রয় হল । বিক্রয়মূল্য 45 টাকা বেশি হলে 5% লাভ হত। ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত?

**Solution:**

10% ক্ষতিতে বিক্রয় মূল্য = (100-10) বা 90 টাকা

5% লাভে বিক্রয়মূল্য = (100+5) বা 105 টাকা

∴ বিক্রয় মূল্যের পার্থক্য = (105- 90) বা 15 টাকা

বিক্রয়মূল্য 15 টাকা বেশি হয় যখন ক্রয়মূল্য 100 টাকা

∴ „ 45 „ „ „ „ $\frac{100\times 45}{15}$ বা 300 টাকা

☆একজন দোকানদার $7\frac{1}{2}$ % ক্ষতিতে একটি দ্রব্য বিক্রয় করল । যদি দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য 10% কম হত এবং বিক্রয়মূল্য 31 টাকা বেশি হত , তাহলে তার 20% লাভ হত। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?

**Solution:**

20% লাভে বিক্রয়মূল্য = (100+20) বা 120 টাকা

10% কমে ক্রয়মূল্য = (100-10) বা 90 টাকা

20% লাভে,

ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = 120 টাকা

∴ ,, 90 ,, ,, ,, = $\frac{(120\times90)}{100}$ =108 টাকা

$7\frac{1}{2}$ % বা $\frac{15}{2}$ ক্ষতিতে, বিক্রয়মূল্য = $(100-\frac{15}{2})$ বা $\frac{185}{2}$ টাকা

বিক্রয়মূল্যদ্বয়ের মধ্যে পার্থক্য = $(100-\frac{185}{2})$ বা $\frac{31}{2}$ টাকা

বিক্রয়মূল্য $\frac{31}{2}$ টাকা বেশি হয় যখন ক্রয়মূল্য =100টাকা

∴ ,, 31 ,, ,, ,, ,, = $\frac{100\times2\times31}{31}$ বা 200টাকা

☆একটি বই n টাকায় বিক্রয় করায় বিক্রয় করায় বিক্রেতার X % ক্ষতি (বা লাভ) হয়। কত টাকায় বিক্রয় করলে Y % লাভ (বা ক্ষতি) হবে?

**Solution:**

x % ক্ষতিতে , বিক্রয়মূল্য = $100-x$ টাকা

বিক্রয়মূল্য $(100-x)$ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = 100 টাকা

∴ ,, n ,, ,, ,, = $\frac{100\times n}{100-x}$ টাকা

y % লাভে , বিক্রয়মূল্য = $100+y$ টাকা

ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = $(100+y)$ টাকা

∴ ,, $\frac{100\times n}{100-x}$ ,, ,, ,,= $\frac{100\times n\times(100+y)}{(100-x)\times100}$ টাকা

∴ বিক্রয় মূল্য = n × $\frac{(100+y)}{(100-x)}$

☆36 টাকা ডজন দরে ক্রয় করে 20% লাভে বিক্রয় করা হল , এক কুড়ি কলার বিক্রয়মূল্য কত?

**Solution:**

36 টাকায় ক্রয় করে =12 টি কলা

100 ,, ,, ,, $\frac{100\times12}{36}$ বা $\frac{100}{3}$ টি কলা

20% লাভে ,

ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (100 + 20) বা 120 টাকা

20% লাভ করতে হলে ,

$\frac{100}{3}$ টি কলার বিক্রয়মূল্য = 120 টাকা

20 ,, ,, ,, $\frac{120\times3\times20}{100}$ টাকা

☆তানবীর একটি দ্রব্য 1200 টাকায় কিনে 15%লাভে বিক্রয় করল। ক্রেতা ঐ দ্রব্য অন্য এক ব্যক্তির কাছে 5% ক্ষতিতে বিক্রয় করল। শেষ বিক্রয়মূল্য কত ছিল?

**Solution:**

15% লাভেঃ 1200 + 1200 এর 15% $(1200 \times \frac{15}{100})$

⇨ 1200+180 = 1380

আবার

5% ক্ষতিতেঃ 1380 – 1380 এর 5%

⇨ 1380 – 69 = 1311 টাকা ।

☆5 টাকায় 2 টি করে কমলা কিনে 35 টাকায় কয়টি কমলা বিক্রয় করলে 40% লাভ হবে?

**Solution:**

5 টাকায় কিনে = 2টি কমলা

∴ 100 ,, ,, = $\frac{2\times100}{5}$ বা 40 টাকা

40% লাভ করতে হলে,

100 টাকায় কমলা বিক্রয় করতে হবে (100+40) বা 140 টাকায়

140 টাকায় বিক্রয় করতে হবে =40টি কমলা

∴ 35 ,, ,, ,, ,, = $\frac{35\times40}{140}$ বা 10 টি কমলা

☆ 20 টকায় 12 টি আমড়া কিনে প্রতিটি 2 টাকা করে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?

**Solution:**

12 টি আমড়ার ক্রয়মূল্য =20 টাকা

∴ 1 ,, ,, ,, $= \frac{20}{12}$ বা $\frac{5}{3}$ টাকা

∴ 1 টি আমড়া বিক্রয় করলে লাভ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য

$= 2 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$ টাকা

ক্রয়মূল্য $\frac{5}{3}$ টাকায় লাভ = $\frac{1}{3}$ টাকা

∴ ,, 100 ,, ,, $\frac{3\times100}{3\times5}$ বা 20 টাকা

[∵ লাভ বা ক্ষতি সবসময় ক্রয়মূল্যের উপর হিসাব করা হয়]

☆ টাকায় 3টি করে আম ক্রয় করে টাকায় 2 টি করে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?

**Solution:**

3 টি আমের ক্রয়মূল্য = 1 টাকা

∴ 1 ,, ,, ,, $= \frac{1}{3}$ টাকা

আবার

2 টি আমের বিক্রয়মূল্য = 1 টাকা

∴ 1 ,, ,, ,, $= \frac{1}{2}$ টাকা

∴ 1 টি আম বিক্রয় করলে লাভ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ টাকা

[∵ লাভ বা ক্ষতি সবসময় ক্রয়মূল্যের উপর হিসাব করা হয়]

ক্রয়মূল্য $\frac{1}{3}$ টাকায় লাভ = $\frac{1}{6}$ টাকা

∴ ,, 100 ,, ,, $\frac{3\times100}{6}$ বা 50 টাকা

☆একজন দোকানদার 5 টি আম যে মূল্যে ক্রয় করে , 4 টি আম সেই মূল্যে বিক্রয় করে । তার শতকরা কত লাভ হবে ?

**Solution:**

ধরি, 5 টি আমের ক্রয়মূল্য = x টাকা

∴ 1 ,, ,, ,, = $\frac{x}{5}$ টাকা

আবার

4 টি আমের বিক্রয়মূল্য = x টাকা

∴ 1 ,, ,, ,, = $\frac{x}{4}$ টাকা

∴ 1 টি আম বিক্রয় করলে লাভ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য

$= \frac{x}{4} - \frac{x}{5} = \frac{x}{20}$ টাকা

ক্রয়মূল্য $\frac{x}{5}$ টাকায় লাভ = $\frac{x}{20}$ টাকা

∴ ,, 100 ,, ,, $\frac{x \times 5 \times 100}{20 \times x}$ বা 25 টাকা

# 1.9 ( পরিমাপ ও একক )

# Measurement and Unit

## International Counting System (গণনা পদ্ধতি ): -

1 Lac = $10^5$

1 Million = $10^6$ = 10 lac

1 Crore =$10^7$ =10 million

1 Billion = $10^9$ (USA) =$10^{12}$(Eu)

1 Trillion = $10^{12}$(USA) = $10^{18}$(Eu)

## Local system

1 kilogram= 2.2 (lbs) pounds

1 Seer = .93 kg

1 mound = 40 seer = 37.2 kg

1 quintal = 100 kg

1 ton = 1000 kg

## Measurement And Unit (পরিমাপ ও একক )ঃ

S.I→ International Systems of Units 1960 সালে চালু হয় ।

CGS→ Centimeter . Gram .Second

M.K.S→ Meter . Kilogram . Second

F.P.S→ Foot .Pound .Second

## Local system(স্থানীয় পদ্ধতি)

12 Inch = 1 foot , 3 foot = 1 Yard , 1760 Yard = 1 mile

## Relationship

| Distance | Area | Volume |
|---|---|---|
| 1 Inch = 2.54 Centimeter | 1 Inchs2= 6.45 $cm^2$ | 1 liter = 1000 Cubic Centimeter |
| 1 Meter = 39.37 Inch | 1 Hectare = 10000 $meter^2$ | 1 Cubic meter = 1000 liters |
| 1 mile = 1.61 kilometer | 1 Katha = 720 $feet^2$ | 1 Cubic foot = 28.31 liters |
| 1 Nautical Mile = 1.853km | 1 Acre = 4047 $meter^2$ | 1 gallon = 3.78 liters(us) = 4.54 liters(uk) |
| | 1 km2 = 247 Acres | 1 Cubic Centimeter= 1 gram |

⇨ 1 meter = 100 Centimeter = 39.37 Inch's = 3.28 feet = 1.0936 Yards = 0.00062 miles

⇨ 1 kilogram = 1000 grams = 2.2 pounds = 35.27 Ounces = 0.157 Stone(uk)

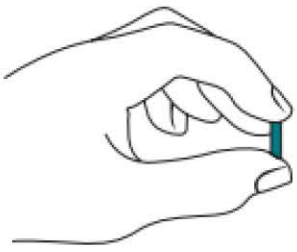
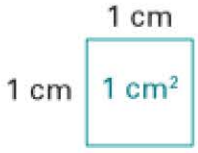
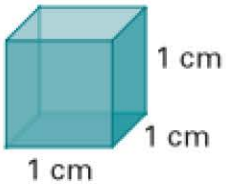
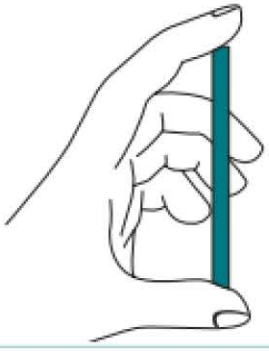
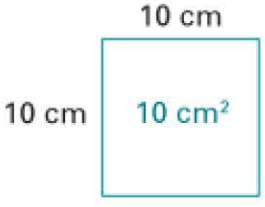
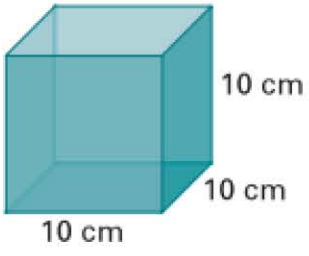
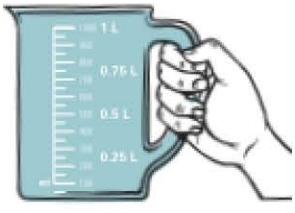
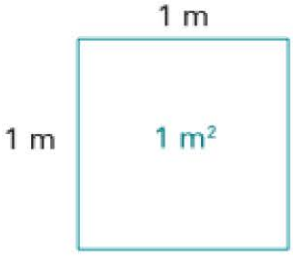
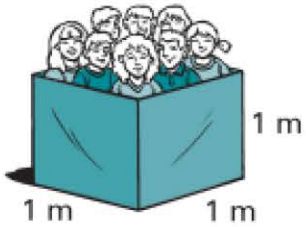
⇨ 1 $meter^2$ = 10.76 $feet^2$ =1550 $Inchs^2$ = 10000 $centimeter^2$

⇨ 1 Square kilometer = .3861 $mile^2$ = 100 hectares = 247 acres

⇨ 1 $mile^2$ = 2.589 $kilometers^2$ = 259 hectare = 640 acres

⇨ 1 Celsius = 33.8 Fahrenheit = 274.15 kelvin

# Metric relationships

| Length | Area | Volume | Capacity |
|---|---|---|---|
|  |  |  | |
| 1 cm<br>10 mm | 1 cm²<br>100 mm² | 1 cm³<br>1000 mm³ | 1 mL<br>One 1 cm cube (cubic centimetre) has a capacity of 1 millilitre. |
|  |  |  |  |
| 10 cm<br>100 mm | 100 cm²<br>10 000 mm² | 1000 cm³<br>1 000 000 mm³ | 1 L<br>One 10 cm cube (1000 cm³) has a capacity of 1 litre. |
| |  |  | |
| 1 m<br>100 cm | 1 m²<br>10 000 cm² | 1 m³<br>1 000 000 cm³ | 1 kL<br>One cubic metre has a capacity of 1 kilolitre. These 5 drums each hold 1 kilolitre. |

# 1.10 বিবিধ

## বিশেষ নিয়মঃ

✡ কোন শেনীর 30(T) জন ছাত্রের মধ্যে 20(F) জন ফুটবল এবং 15(S) ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে । প্রত্যেক ছাত্র দুটি খেলার অনন্ত একটি খেল পছন্দ করে। কত জন ছাত্র দুটি খেলাই পছন্দ করে?

Total Number = First Individual group + Second Individual group – (Common Group)

$\therefore F \cup S = F + S - (F \cap S)$

এখানে $F \cup S$ = মোট সংখ্যা বা উপাদান ।

$F \cap S$ = কমন মান বা উভয় উপাদানের মধ্যে সাধারন মান

$\Rightarrow 30 = 20 + 15 - (F \cap S)$ $\Rightarrow (F \cap S) = 5$

## ঘড়ি (Watch):

✡ ঘড়িতে 1 থেকে 12 পর্যন্ত দাগাঙ্কিত থাকে।

12 ঘণ্টার জন্য কোনের পরিমাণ = $2\pi$ বা $360^0$

$\therefore$ 1 „ „ „ „ $= \frac{360^0}{12} = 30^0$

N ঘণ্টার ব্যবধানের জন্য কোনের পরিমাণ = $n \times 30^0$

✡ ঘন্টার কাঁটার গতি 1 ঘরের জন্য $30^0$ এবং প্রতি মিনিটের জন্য $\frac{1}{2}$ বা $(.5)^0$

✡ ঘড়ির ঘণ্টার ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী কোণ নির্নয়ের সূত্রঃ

H ও M এর মধ্যবর্তী কোণ = $\frac{|(11\times\text{মিনিট})-(60\times\text{ঘন্টা})|}{2}$

$\therefore H\angle M = \frac{11M-60H}{2}$ অথবা $\frac{60H-11M}{2}$ [উত্তরে (–) চিহ্ন থাকলে তা বাদ দিতে হবে]

$\Rightarrow$ কোণ কোনের মান $180^0$ এর বেশি /উপরে হলে তা $360^0$ হতে বিয়োগ করতে হবে।

Examples: ✡ 4 টা 5 মিনিটের সময় $\Rightarrow \frac{|(11\times5)-(60\times4)|}{2} = 92.5^0$

✡ 2 টা 50 মিনিটের সময় $\Rightarrow \frac{|(11\times50)-(60\times2)|}{2} = 214^0$ $[\because 214^0 > 180^0]$

$\therefore \theta = 360^0 - 214^0 = 145^0$

✡ 3 টার সময় $\Rightarrow \frac{|(11\times3)-(60\times\mathbf{0})|}{2} = 90^0$

# বাস্তব সমস্যা সমাধানে বীজগাণিতিক সূত্র গঠন ও প্রয়োগ

সমস্যা সমাধানের পদ্ধতি :

(ক) প্রথমেই সতর্কতার সাথে সমস্যাটি পর্যবেক্ষণ করে এবং মনোযোগ সহকারে পড়ে কোনগুলো অজ্ঞাত এবং কী নির্ণয় করতে হবে তা চিহ্নিত করতে হবে।

(খ) অজ্ঞাত রাশিগুলোর একটিকে যেকোনো চলক (ধরি x ) দ্বারা সূচিত করতে হবে। অতঃপর সমস্যাটি ভালোভাবে অনুধাবন করে অন্যান্য অজ্ঞাত রাশিগুলোকেও একই চলক x এর মাধ্যমে প্রকাশ করতে হবে।

(গ) সমস্যাকে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে বিভক্ত করে বীজগাণিতিক রাশি দ্বারা প্রকাশ করতে হবে।

(ঘ) প্রদত্ত শর্ত ব্যবহার করে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশগুলোকে একত্রে একটি সমীকরণে প্রকাশ করতে হবে।

(ঙ) সমীকরণটি সমাধান করে অজ্ঞাত রাশি x এর মান নির্ণয় করতে হবে।

বাস্তব সমস্যা সমাধানে বিভিন্ন সূত্র ব্যবহার করা হয়।

সূত্রগুলো নিচে উলেখ করা হলো :

## দেয় বা প্রাপ্য বিষয়ক :

দেয় বা প্রাপ্য, $\mathbf{A = q \times n}$ টাকা

যেখানে, q = জনপ্রতি দেয় বা প্রাপ্য টাকার পরিমাণ  n = লোকের সংখ্যা

## (২) সময় ও কাজ বিষয়ক :

কয়েকজন লোক একটি কাজ সম্পন্ন করলে, কাজের পরিমাণ, $\mathbf{W = q\,x\,n}$

যেখানে, q = প্রত্যেকে একক সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে,

n = কাজ সম্পাদনকারীর সংখ্যা  x = কাজের মোট সময়

w = n জনে x সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে

## (৩) সময় ও দূরত্ব বিষয়ক :

নির্দিষ্ট সময়ে দূরত্ব, $\mathbf{d = v\,t.}$

যেখানে, v = প্রতি ঘণ্টায় গতিবেগ  t= মোট সময়

## (৪) নল ও চৌবাচ্চা বিষয়ক :

নির্দিষ্ট সময়ে চৌবাচ্চায় পানির পরিমাণ, $\mathbf{Q(t) = Q_0 \pm q\,t}$

যেখানে, $Q_0$= নলের মুখ খুলে দেওয়ার সময় চৌবাচ্চায় জমা পানির পরিমাণ।

q = প্রতি একক সময়ে নল দিয়ে যে পানি প্রবেশ করে অথবা বের হয়।

t= অতিক্রান্ত সময়।

Q(t) = t সময়ে চৌবাচ্চায় পানির পরিমাণ (পানি প্রবেশ হওয়ার শর্তে '+' চিহ্ন এবং পানি বের হওয়ার শর্তে '—' চিহ্ন ব্যবহার করতে হবে)।

## ৫। শতকরা অংশ বিষয়ক :

$\mathbf{P = b\,r}$

যেখানে, b = মোট রাশি

r = শতকরা ভগ্নাংশ = $\frac{s}{100} = S\%$

P= শতকরা অংশ = b এর S%

পরিশিষ্ট

# Decimal system prefixes

| Prefix | Symbol | Value | Value in words | Example | Meaning |
|---|---|---|---|---|---|
| pico | p | $10^{-12}$ | one trillionth of | 1 pF | picofarad |
| nano | n | $10^{-9}$ | one thousand millionth of | 1 ns | nanosecond |
| micro | μ | $10^{-6}$ | one millionth of | 1 μs | microsecond |
| milli | m | $10^{-3}$ | one thousandth of | 1 mg | milligram |
| centi | c | $10^{-2}$ | one hundredth of | 1 cm | centimetre |
| deci | d | $10^{-1}$ | one tenth of | 1 dB | decibel |
| | | | unit | | |
| deca | da | $10^{1}$ | 10 times | not commonly used in Australia | |
| hecto | h | $10^{2}$ | 100 times | 1 hL | hectolitre |
| kilo | k | $10^{3}$ | 1000 times | 1 kg | kilogram |
| mega | M | $10^{6}$ | 1 million times | 1 ML | megalitre |
| giga | G | $10^{9}$ | 1 thousand million times | 1 GB | gigabyte |

# Numerical prefixes

| Prefix | Meaning | Example |
|---|---|---|
| mono | 1 | monorail |
| bi | 2 | bicycle, binary |
| tri | 3 | tricycle, triangle |
| tetra | 4 | tetrahedron, tetrapack |
| quad | 4 | quadrilateral, quads |
| penta, quin | 5 | pentagon |
| hexa | 6 | hexagon |
| hepta, septi | 7 | heptagon |
| octa | 8 | octagon |
| nona, non | 9 | nonagon |
| deca | 10 | decagon, decahedron |
| undeca | 11 | undecagon |
| dodeca | 12 | dodecagon, dodecahedron |
| icosa | 20 | icosahedron |
| hect | 100 | hectare |
| kilo | 1000 | kilogram |
| mega | 1 000 000 | megalitre, megawatt |
| giga | 1000 million | gigabyte |

# 2 Algebra

## Short Techniques & Formulas

অটোমেটিক স্ক্রলের মাধ্যমে ই-বুক পড়া / রিড়ের জন্যঃ

আপনার ই-বুক বা pdf রিডারের Menu Bar এর View অপশনটি তে ক্লিক করে Auto /Automatically Scroll অপশনটি সিলেক্ট করুন (অথবা সরাসরি যেতে ⇨ Ctrl + Shift + H )। এবার ↑ up Arrow বা ↓ down Arrow তে ক্লিক করে আপনার পড়ার সুবিধা অনুসারে স্ক্রল স্পীড ঠিক করে নিন।

## বর্গের সূত্রাবলীঃ

✡ $(x \quad a)(x \quad b) \qquad (a+b)x +$

✡ $(a \quad b) \qquad\qquad\qquad\qquad ------(x)$

⇛ $\qquad\qquad (a \quad b)^2 -$

⇛ $\qquad (-) \quad (x \quad -) \; -$

✡ $(a-b) \qquad\qquad - \qquad ------(y)$

⇛ $a \qquad\qquad (a-b)$

⇛ $\qquad (-) \quad (x--)$

✡ $(a \quad b) \quad (a-b) \quad 2(a \qquad) \quad [\because (x)+(y)]$

⇛ $\qquad\qquad \frac{(a \quad b)^2+(a \quad b)^2}{}$

✡ $(a \quad b)^2 - (a-b) \qquad [\because (x)-(y)]$

⇛$(a \quad b)^2 = (a-b)$

⇛$(a-b) \quad (a \quad b)^2 - \qquad ⇛ \quad \frac{(a \quad b)^2-(a \quad b)^2}{}$

✡ $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

$\Rightarrow a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$

✡$(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2 = 2\,(a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca)$

## ঘন এর সূত্রাবলীঃ

✡ $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc$

✡$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$\Rightarrow a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

✡$(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$\Rightarrow a^3-b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

✡ $a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$\Rightarrow a^3+b^3+c^3-3abc = \frac{1}{2}\,(a+b+c)\,\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

✡ $(\mathrm{a}-\mathrm{b})^3+(b-c)^3+(c-a)^3 = 3\,(a-b)(b-c)(c-a)$

## উৎপাদক সূত্রঃ

✡ $\mathrm{a}^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

✡ $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab\ +b^2\ )$

✡ $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab\ +b^2\ )$

# Middile term:

✡ $x^2+qx+r$ রাশিটিকে উৎপাদন বিশ্লেষণ করতে হলে , ধ্রব রাশি q সংখ্যাটিকে এমন দুইটি উৎপাদকে (a ও b )প্রকাশ করতে হবে যার সমষ্টি বা যোগফল x এর সহগ q (q= a+b) এর সমান। এবং গুণফল ধ্রব রাশি r (r=a×b)এর সমান।

$\Rightarrow x^2+qx+r=x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

1) q>0, r>0 হলে $(x+a)(x+b)$

2) q<0, r>0 হলে $(x-a)(x-b)$

3) q>0, r<0 হলে a ও b এর মধ্যে বড়টি + ও ছোটটি – হবে।

✡ $px^2+qx+r=acx^2+(bc+ad)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

✡$x^3+px^2+qx+r=x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc$

$=(x+a)(x+b)(x+c)$

## উৎপাদকের মূল নির্নয়ের সূত্রঃ

✡ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)=0$ হলে এর মুলদ্বয় হবে x = -a , x = -b ।

✡ $ax^2+bx+c=0$ এর মূলদ্বয় α ও β হলে,⇒ $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ এবং $\alpha\times\beta=\frac{c}{a}$

∴ সমীকরণ $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

✡ $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের এর মূলদ্বয় $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

# রাশির ভাগঃ

✡ $ax^3+bx+c$ রাশিকে (x-m) রাশি দ্বারা ভাগ কর?

এখানে (x-m) কে এমন একটি রাশি দ্বারা গুন করতে হবে যাতে গুণফলের প্রথম রাশি এবং ভাজ্য( $ax^3+bx+c$ ) এর প্রথম রাশির($ax^3$) সমান হয় । এখন যে রাশি দ্বারা গুন করা হয়েছে সেটি ভাগফলে বসবে । এবং গুণফল ভাজ্য এর নিচে বসিয়ে বিয়োগ করতে হবে। এভাবে পর্যায়ক্রমে ভাগ করে যেতে হবে ।

যদি $P(x) = ax^3 + bx + c$

$P(x)$ কে $x - m$ দ্বারা ভাগ করি,

$$(x - m)\overline{)ax^3 + bx + c\ (ax^2 + amx + am^2 + b}$$

$ax^3 - amx^2$

$amx^2 + bx + c$

$amx^2 - am^2x$

$(am^2 + b)x + c$

$(am^2 + b)x - (am^2 + b)m$

ভাগশেষ $P(m)$ এর সমান $am^3 + bm + c$

## 2.1 সূচক (Exponents/Indices)

✡ $a^n = a \times a \times a \times a \times a \ldots$ (n সংখ্যক a এর গুণফল )

✡ $a^0 = (Something)^0 = 1$ ✡ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

✡ $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ ✡ $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

✡ $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}$ ☆ $\sqrt[\frac{1}{n}]{a} = a^n$ ☆ $\sqrt[\frac{1}{n}]{a^{\frac{1}{m}}} = a^{\frac{n}{m}}$ ☆ $\sqrt[\frac{1}{n}]{\frac{1}{a}} = a^{-n}$

✡ $(a^m)^n = a^{m\,n}$

✡ $(a\,b)^m = a^m . b^m$

✡ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

✡ $a^m . a^n = a^{m+n}$

✡ $\frac{a^m}{a^n}$ বা $(a^m \div a^n) = a^{m-n}$

✡ যদি $a^n = a^m$ হয় $\Rightarrow \therefore a = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

✡ যদি $a^x = a^y$ হয় $\therefore x = y$ ✡ যদি $a^m = b^m$ হয় $\therefore a = b$

# 2.2 লগারিদম (logarithms)

✡ $\log_a n$ কে " a ভিত্তিক লগ n"পড়া হয়।

✡ শুধু ধনাত্নক সংখ্যার লগারিদম আছে। শূন্য ও ঋনাত্নক সংখ্যার লগারিদম নেই।

✡ সাধারণ লগারিদমের ভিত্তি 10 ধরা হয়। $\log_{10} M$ বোঝাতে $\log M$ কে বোঝায়।

✡ $a^x = n$ হলে $x = \log_a n$

$\Rightarrow x = \log_a n$ হলে $a^x = n$

✡$\log_{any\ base} 1 = \log 1 = 0$ ☆ ✡$\log_a 0 = \infty$

✡$\log_a 10 = \log 10 = 1$

✡$\log_a a = 1$

✡$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

$\Rightarrow \log_a b \times \log_b a = 1$

$\Rightarrow \log_a b \times \log_b c \times \log_c a = 1$

✡$\log_a M = \log_b M \times \log_a b$

✡$\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$

✡ $\log_a M^r = r \log_a M$

✡ $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$

✡$\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$

✡$\log_a \sqrt[n]{m} = \frac{1}{n} \log_a m$

✡$a^{log_x{}^b} = b^{log_x{}^a}$

✡$x^y = e^{y\ log_e{}^x}$

# 2.3 সরল সহ-সমীকরণঃ

## (Simultaneous Linear Equation)

অজ্ঞাত রাশি সমূহের মান দ্বারা একাধিক যুগপৎ সিদ্ধ হলে ,সমীকরণ সমূহকে একত্রে সহ সমীকরণ বলে।

এই ধরণের অংক পরীক্ষায় MCQ হিসাবে আসলে , সামাধানের ক্ষেত্রে MCQ এর চারটি Answer Choice এ x ও y এর চারজোড়া মান দেওয়া থাকবে। এখন প্রত্যেক জোড়া মান অর্থাৎ x ও y এর মান প্রশ্নে দেওয়া দুটি সমীকরণের যে কোন একটিতে(যে সমীকরণটি অপেক্ষাকৃত সহজ) বসান। এবং দেখুন কোন মানের জন্য সমীকরণটি শূন্য হয়। যে মানের জন্য সমীকরণটি শূন্য হবে সেই মানটি অপর সমীকরণেও বসিয়ে দেখুন শূন্য হয় কিনা , যদি কোণ মানের জন্য উভয় সমীকরণ শূন্য হয় তাহলে সঠিক উত্তর হবে সেটি।

### বজ্রগুণন পদ্ধতিঃ

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$
$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$
$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

### নির্নায়ক পদ্ধতিঃ

$$ax + by = p$$
$$cx + dy = q$$
$$x = \frac{\begin{vmatrix} p & b \\ q & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a & p \\ c & q \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

# 2.4 ধারা (Series / Progression):

## সমান্তর ধারা (The Arithmetic Series)

ক্রমিক সমান্তর ধারাঃ 1(First Term) +2+3+4+.....n(Last Term)

এই ধারায় সাধারণ অন্তর (Common Difference) =Second term – first Term = 1

✡ পদসংখ্যা (Number of Terms) $= \frac{\text{শেষ পদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$

✡ সমষ্টি (Sum of the Series) $= \frac{\text{শেষ পদ} + \text{প্রথম পদ}}{2} \times \text{পদসংখ্যা} = \frac{n(n+1)}{2}$

✡ গড় (Avarage of the Series) $= \frac{\text{শেষ পদ} + \text{প্রথম পদ}}{2} = \frac{n+1}{2}$

## যোগত্তর/ সমান্তর ধারাঃ

a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d)+.....n

এখানে ধারাটির ,

প্রথম পদ = a

সাধারণ অন্তর d = দ্বিতীয় পদ – প্রথম পদ

পদ সংখ্যা = n

∴ ধারার তম n পদ (শেষ পদ) = a +(n−1)d

$\Rightarrow n = \frac{\text{শেষ পদ} - 1}{d} - 1$

ধারার n তম পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

## গুনোত্তর/সমানুপাত ধারাঃ

$a + ar + ar^2 + ar^3 \ldots\ldots\ldots\ldots ar^{n-1}$

এখানে গুনোত্তর ধারাটির,

প্রথম পদ = a

সাধারণ অনুপাত r = $\frac{\text{দ্বিতীয় পদ}}{\text{প্রথম পদ}}$

পদ সংখ্যা = n

ধারার n তম পদ = $a \times r^{n-1}$

✡ r >0 বা 1 অর্থাৎ অনুপাত r ধনাত্মক পূর্ন সংখ্যা হলে,

ধারার n তম পদের সমষ্টি $S_n = a \times \frac{r^n-1}{r-1}$

✡ r < 0 বা 1 অর্থাৎ অনুপাত r ঋনাত্মক বা ভগ্নাংশ (.1 -.9 )সংখ্যা হলে,

ধারার n তম পদের সমষ্টি $S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r}$

✡ যখন -1<r<1 হলে , এবং n→∞ হলে

ধারার n তম পদের সমষ্টি $S_n = \frac{a}{1-r}$

## কিছু গুরুত্বপূর্ন ধারাঃ

ধারার যোগফল বা সমষ্টি = $S_n$

ধারাতে পদের সংখ্যা = n

ধারার n তম পদ = শেষ পদ

✡ 1+2+3+4+.....n

$\Rightarrow S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

✡ 1+3+5+7+.....$(2n-1)$ $n$ তম পদ / শেষ পদ

$\Rightarrow S_n = (\text{পদসংখ্যা})^2 = n^2$

✡ $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots n^2$

$\Rightarrow S_n = \frac{1}{6} \times n(n-1)(2n+1)$

✡ $1\,(2^0) + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 2^{n-1}$

$\Rightarrow S_n = 2^n - 1$

✡ $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots n^3$

$\Rightarrow S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

## কিছু গুরুত্বপূর্ন ধারার অজানা বা পরবর্তী পদ(Hidden / Next Term) নির্ণয়ঃ

✡ 1, 4, 9, 16..... $\Rightarrow 25[\because 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2]$

✡ 1 , 9 , 25, 49, 81 ..... $\Rightarrow 121[\because 1^2, 3^2, 5^2, 7^2, 9^2\ 11^2$ বিজোড় সংখ্যা $^2]$

✡ 9 36 81 144 ..... $\Rightarrow 225[\because x^2, (x+3)^2, (x+6)^2]$

✡ 81, 27, .... 3, 1 $\Rightarrow 9\ [\because 3^4, 3^3, 3^2, 3^1, 3^0]$

✡ 1, 2, 3, 5, 8 , 13 , 21 , 34..... $\Rightarrow 55[\because$ যে কোণ পদ = তার পুর্বের দুটি পদের সমষ্টি ]

✡ 8, 11, 17, 29, 53,..... $\Rightarrow$ 101 [∵8, 8+(11-8),11+(17-11), ...]

✡ 1, 3, 6, 10, 15, 21,.... $\Rightarrow$ 28 [∵ 1,(1+2),(3+3),(6+4), (10+5)]

✡ 2, 8, 18, 32,..... $\Rightarrow$ 50 [∵ 2,(2+6),(8+6+4),(18+6+4+4), (32+6+4+4+4)]

✡ 2, 4, 8, 14, 22, 32.... $\Rightarrow$44 [∵ 2,(2+2),(4+2+2),(8+2+2+2), (14+2+2+2+2)]

✡ 0, 5, 12, 21, 32..... $\Rightarrow$ 45 [∵ 0,(0+5),(5+5+2),(12+5+2+2), (21+5+2+2+2)]

✡ 13, 17, 25, 41,..... $\Rightarrow$ 73 [∵ 13,$(13+2^2)$,$(17+2^3)$,$(25+2^4)$, $(41+2^5)$]

✡ 5, 7, 11, 19,..... $\Rightarrow$35 [∵ 5,$(5+2^1)(7+2^2)$,$(11+2^3)$,$(19+2^4)$]

✡ 4, 6, 10, 18,.... $\Rightarrow$ 34 [∵ 4,$(4+2^1)(6+2^2)$,$(10+2^3)$,$(18+2^4)$]

✡ 3, 6, 4, 9, 5, 12, 6,.... $\Rightarrow$ 15 [∵ $t_1:t_3:t_5:t_7 \Rightarrow 3,4,5,6|\ t_2:t_4:t_6:t_8 \Rightarrow 6,9,12,15$]

✡ 4, 11, 8, 19, 12,..... $\Rightarrow$ 27 [∵ 4,11,$(t_1+4)$,$(t_2+8)(t_3+4)(t_4+8)$]

✡ 27, 5, 25, 8, 23, 11, 21, 14..... $\Rightarrow$19

[∵ $t_3:t_5:t_7 \Rightarrow (27-2),(27-4),(27-6),(27-8)|\ t_4:t_6:t_8 \Rightarrow (5+3),(5+6),(5+9)$]

# আরও কিছু গুরুত্বপূর্ন ধারাঃ নিজে নিজে চেষ্টা করুন

✡0, 9, 17, 24...35, 39, 42 ....⇒ 30

✡ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, .... ⇒ 34

✡1, 3, 6, 9, 15, 21, ... ⇒ 28

✡1, 3, 7, ....21, 31, 43 ⇒ 13

✡10, 17, 25, 34, .... ⇒ 44

✡11, 13, 17, 19, ....25 ⇒ 23

✡ 11, 16, 26, 40.....94 ⇒ 60

✡11, 17, 13, 13, 18, 15, 15, 19..... ⇒ 17

✡ 13, 12, 14, 11, 12, 10, ... ⇒ 16

✡13, 7, 11, 5, 9, 3, 7, 1, ... ⇒ 5

✡15, 13, 12, 11, 9, 9.. ⇒ 6

✡172, 84, 40, 18, .. ⇒ 7

✡18, 12, 15, 10, 12, 8, ... ⇒ 9

✡19, 14, 17, 12, 15, 10, 13, 8, 11, ... ⇒6

✡ 19, 33, 51, 73, ... ⇒ 99

✡2, 11, 32, 65, 110, .. ⇒ 167

✡2, 3, 5, 7, 11, 13, ... ⇒ 17

✡2, 3, 5, 8, 12, 17, 23, 30, ... ⇒ 38

✡2, 9, 6, 7, ....5, 54, ⇒ 18

✡21, 18, 9, 27, 24, 12, 36, .... ⇒ 33

✡24, 8, 16, 15, 5, 10, 9, ... ⇒ 3

✡3, 10, 4, 13, 5, 16, 6, ... ⇒ 19

✡ 3, 4, 7, 7, 15, 13, 31, .. ⇒ 25

✡3, 5, 9, 15, 23, 33, ...⇒ 45

✡3, 6, 10, 30, 35, 140, 146, ... ⇒147

✡3, 7, 14, 18, 36, 40, 80, 84, .... ⇒ 168

✡3, 7, 28, 32, 8, 12, 48, ..... ⇒52

# 3 Geometry

## Short Techniques & Formulas

অটোমেটিক স্ক্রলের মাধ্যমে ই-বুক পড়া / রিড়ের জন্যঃ

আপনার ই-বুক বা pdf রিডারের Menu Bar এর View অপশনটি তে ক্লিক করে Auto /Automatically Scroll অপশনটি সিলেক্ট করুন (অথবা সরাসরি যেতে ⇨ Ctrl + Shift + H )। এবার ↑ up Arrow বা ↓ down Arrow তে ক্লিক করে আপনার পড়ার সুবিধা অনুসারে স্ক্রল স্পীড ঠিক করে নিন।

## জ্যামিতিতে ব্যবহৃত গুরুত্বপূর্ন প্রতীকঃ

| | |
|---|---|
| ↔ | Straight line → সরলরেখা (কোন প্রান্তবিন্দু নেই) |
| ⟶ | Ray → রশ্মি (একটি মাত্র প্রান্তবিন্দু) |
| - | Line Segment → রেখাংশ (দুটি প্রান্তবিন্দু থাকে) |
| ~ | Similar to→ সদৃশ |
| ≈ | Almost Equal to→প্রায় সমান |
| ≅ | Is Equivalent to / Congruent → সর্বসম |
| ∠ | Angle → কোন |
| ∟/ ⊾ | Right Angle → সমকোন |
| ∡ | Measured Angle→ পরিমাপকৃত কোন |
| ⊥ | Perpendicular To → লম্ব |
| ∥ | Is Parallel to → সমান্তরাল |
| ∴ | Therefore / Hence → সুতরাং |
| ∵ | Since / Because → যেহেতু / কারন |
| △ | Triangle → ত্রিভুজ |
| ⊡ | Rectangle/Square → আয়তক্ষেত্র বা বর্গক্ষেত্র |
| ⊙ | Circle→ বৃত্ত |

# জ্যামিতি (Geometry)

☆ Euclid's (ইউক্লিড): বিখ্যাত গ্রন্থ ' Elements' যা 13 খণ্ডে সমাপ্ত, খ্রিষ্টপূর্ব 300 অব্দে রচিত ।

## রেখা ⇒ Line:

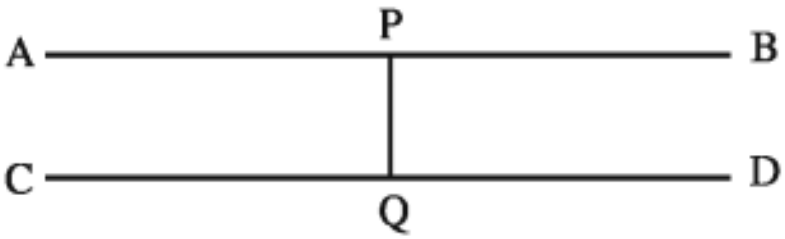
Straight line → সরলরেখাঃ যার কোন প্রান্তবিন্দু নেই

Ray → রশ্মিঃ যার একটি মাত্র প্রান্তবিন্দু

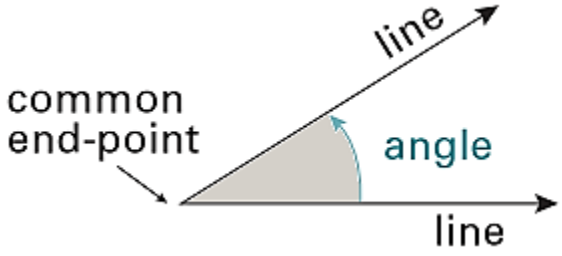
Line Segment → রেখাংশঃ যার দুটি প্রান্তবিন্দু থাকে

### সমান্তরাল রেখা ( Parallel lines):

এদের কোন সাধারন বিন্দু নেই বা এরা একে অপরকে ছেদ করতে পারে না।অর্থাৎ সমান্তরাল রেখা কখনও মিলিত হবে না।দুই বা ততোধিক সরলরেখা একটি সরলরেখার উপর লম্ব হলে , তারা পরস্পর সমান্তরাল।



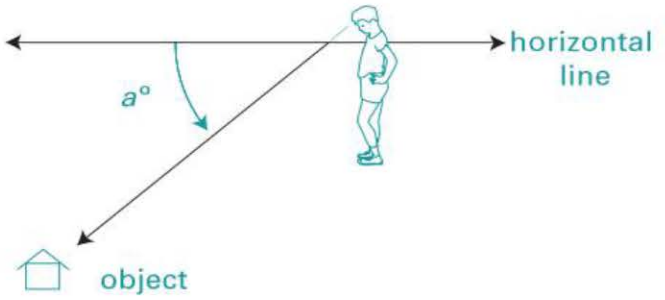

## কোন(Angle)



## angle of depression

(of an object)

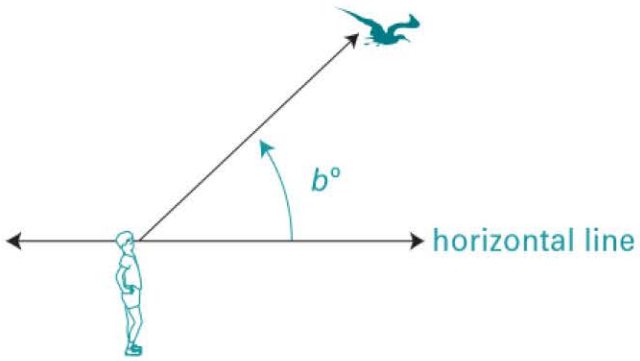
An angle formed between the horizontal line and the line of sight to an object below.




The angle of depression is $a°$.

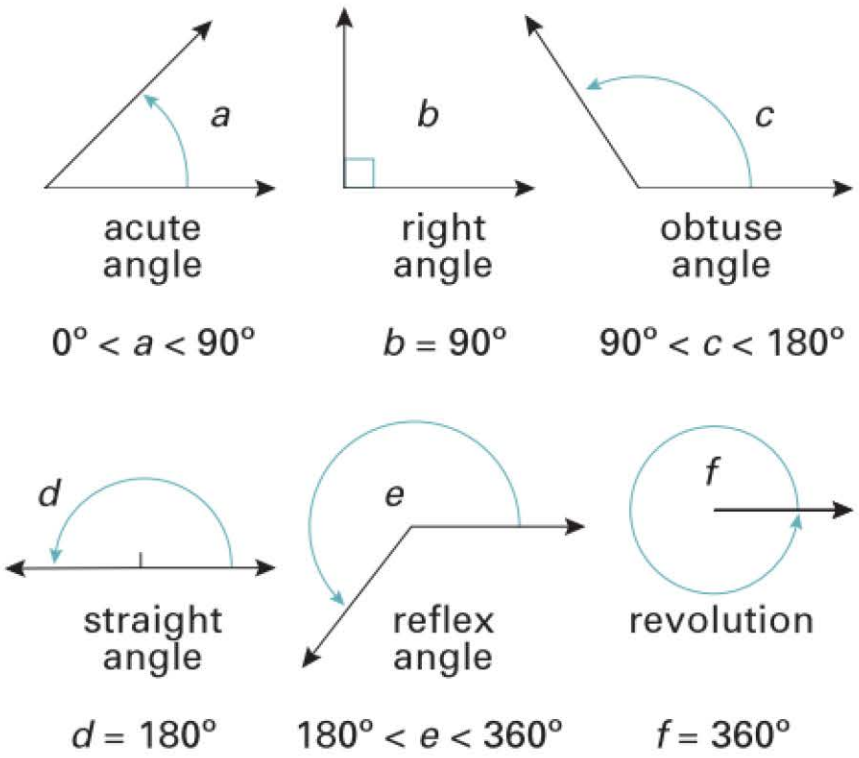
## angle of elevation

An angle formed between the horizontal line and the line of sight to an object above.

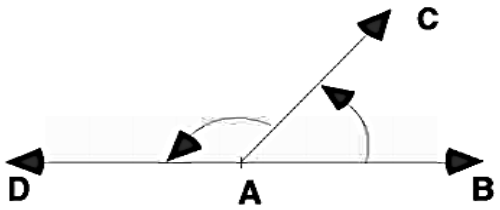



The angle of elevation is $b°$.

Angles are measured in degrees (°), minutes (') and seconds (").

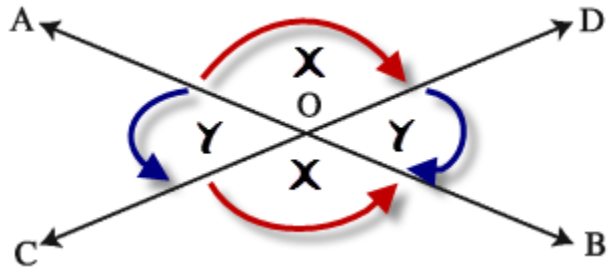


## সন্নিহিত কোন (Adjacent Angles):




যদি কোন তলে দুইটি কোনের একই শীর্ষ বিন্দু হয় এবং কোনদ্বয় সাধারন বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থান করে।

## বিপ্রতীপ কোন (Vertically Opposite angles):

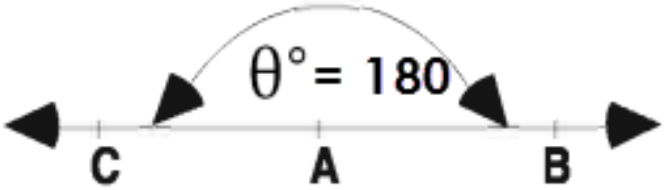



$\angle AOD =$ বিপ্রতীপ $\angle COD$

এবং $\angle AOC =$ বিপ্রতীপ $\angle BOD$

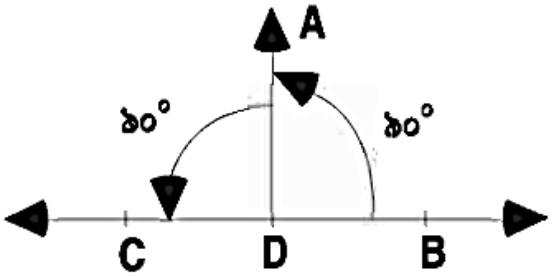
## সরল কোন ( Straight Angles):

$\angle\theta = 180°$




## সমকোন (Right Angles) বা লম্ব (Perpendicular):

$\angle ADB = \angle ADC = \angle\theta = 90°$

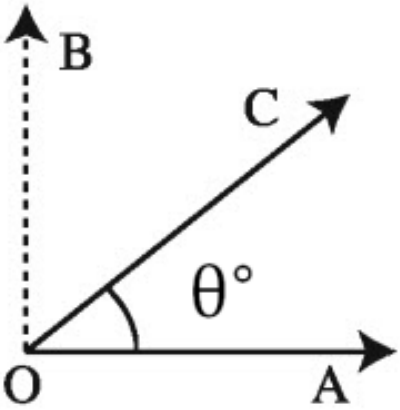



যদি একই রেখার উপর অবস্থিত দুইটি সন্নিহিত কোন পরস্পর সমান হয় , তবে কোন দুইটির প্রত্যেকটি সমকোণ। অর্থাৎ সমকোণ হচ্ছে সরল কোনের অর্ধেক ।

সমকোণের বাহু দুইটি পরস্পরের উপর লম্ব। $\therefore \angle\theta = 90°$

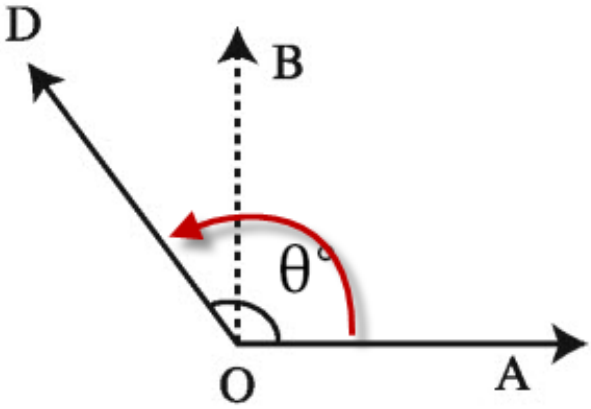
## সূক্ষকোন (Acute Angles):

এক সমকোণ থেকে ছোট কোনকে ।$0° < \angle AOC < 90°$




## স্থূলকোণ ( Obtuse Angles):

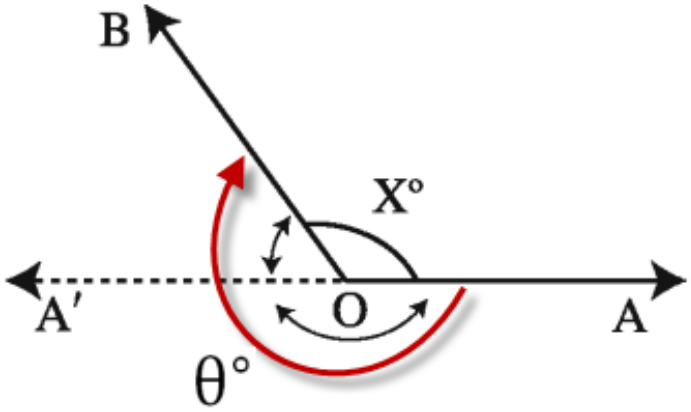
এক সমকোন থেকে বড় কিন্তু দুই সমকোন থেকে ছোট। $90° < \angle AOD < 180°$




## প্রবিদ্ধকোন Reflex Angles :

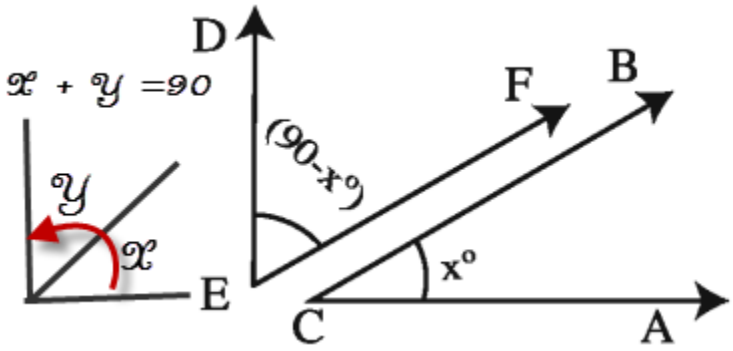
দুই সমকোন থেকে বড় কিন্তু চার সমকোণ থেকে ছোট।$180° < \angle AOB < 360°$

$\angle AOB = 360 - \angle X$



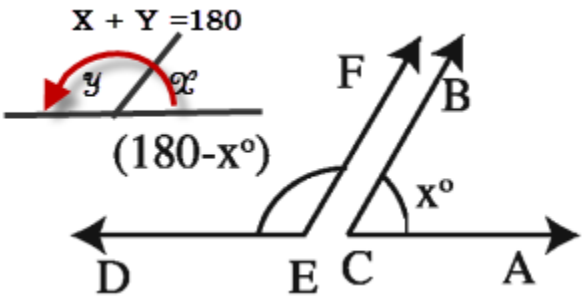
## পূরক কোন ⇒ Complementary Angles :

দুইটি কোনের সমষ্টি এক সমকোণ বা 90 হলে , একটি অপরটির পূরক কোন।




## সম্পূরক কোন ⇒ Supplementary Angles :

দুইটি কোনের সমষ্টি এক সরল কোন বা 180 হলে , একটি অপরটির সম্পূরক কোন।এখানে ∠DEF সম্পূরক কোন হল ∠ACB।

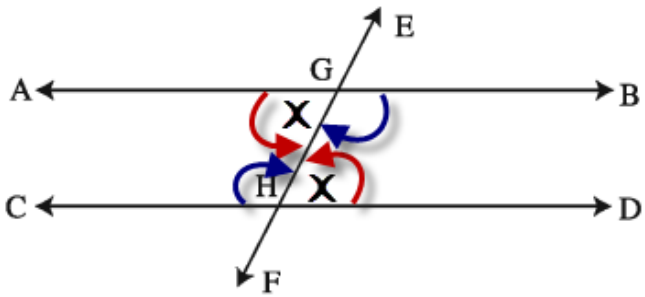


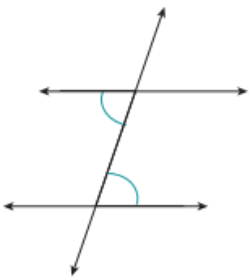

## একান্তর কোন⇒ Alternate Angles :

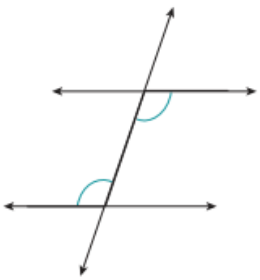
AB || CD হলে EF ছেদক (Transversal) হলে , ∠ AGF = একান্তর ∠ DHE

এবং ∠DGF = একান্তর ∠CHE

alternate angles
(make Z-shape). They are equal.

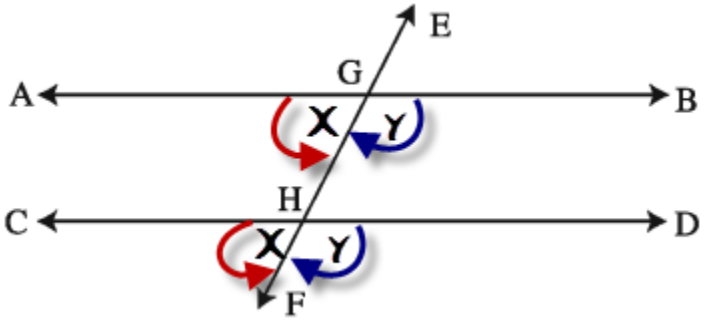


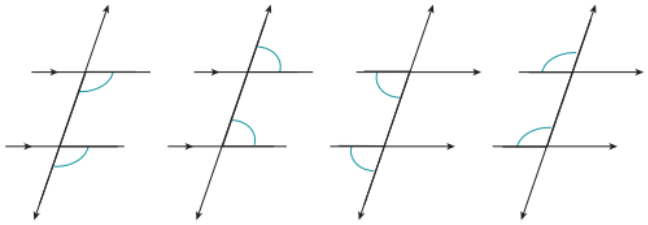


**অনুরূপ কোন⇒ Corresponding Angles :** AB || CD হলে EF ছেদক (Transversal) হলে ,

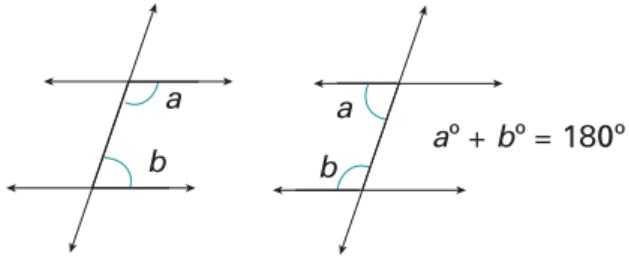
∠ AGF =অনুরূপ ∠ CHF এবং ∠DGF = একান্তর ∠DHF




1 corresponding angles
(make F-shape). They are equal.

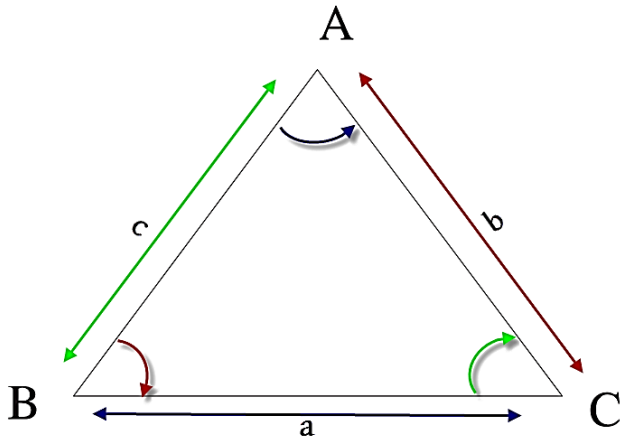


cointerior angles
(make U-shape). They add up to 180°.



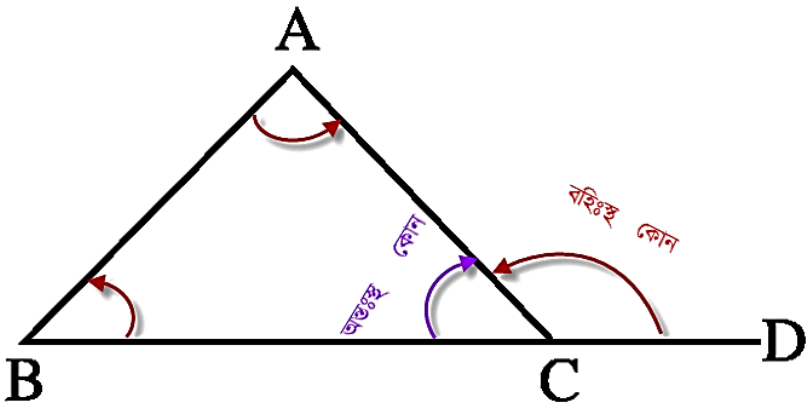

## 3.1 ত্রিভুজ (Triangle):

তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের সীমারেখাকে ত্রিভুজ বলা হয়।




এখানে Δ ABC একটি ত্রিভুজ, এর ∠BAC =∠B , ∠ABC = ∠B , ∠ACB = ∠C কোন।

এবং AB= c , BC = a ও AC = b বাহু।




ত্রিভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে কোন উৎপন্ন হয় তাকে বহিঃস্থ কোন বলে ।

এখানে $\angle ACD$ = বহিঃস্থ কোন এবং $\angle ACB$ = অন্তঃস্থ কোন

## ত্রিভুজের সর্বসমতাঃ

☆ দুইটি ত্রিভুজের সর্বসমতাঃ

∴ দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হবে যদি

⇒ একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমান হয় এবং বাহু দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয় পরস্পর সমান হয়।

⇒ একটির তিন বাহু অপ্রটির তিন বাহু সমান হয়।

⇒ একটির দুই কোন ও একটি বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই কোন ও অনুরূপ বাহুর সমান হয়।

⇒ তারা উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ হয় , তাদের অতিভুজদ্বয় সমান হয় ও একটি বাহু অপরটির অনুরূপ বাহুর সমান সমান হয়।

## ত্রিভুজের ধর্মাবলী (Properties of Triangles):

☆ ত্রিভুজের ভূমির বিপরীত দিকের বিন্দুর নাম শীর্ষবিন্দু।

☆ ত্রিভুজের তিন কোনের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180।

☆ ত্রিভুজের তিনটি Vertex এ তিনটি বহিঃস্থ কোনের(Exterior angel) সমষ্টি $360^0$। যা ত্রিভুজের অন্তস্থ কোন সমূহের সমষ্টির দ্বিগুন।

☆ ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোন বৃহত্তম। বা বৃহত্তম কোনের বিপরীত বাহুও বৃহত্তম।

☆ ত্রিভুজের একটি কোন অপর একটি কোন অপেক্ষা বৃহত্তর হলে , বৃহত্তর কোনের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোনের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

☆ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান হলে তাদের বিপরীত কোণদ্বয় সমান এবং দুইটি কোন সমান হলে তাদের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান।

☆ ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর সমষ্টি ত্রিভুজের তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

☆ ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর অন্তর ত্রিভুজের তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

☆ কোন সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ (সমকোণের বিপরীত বাহু ) অন্য যে কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর ।

☆ ত্রিভুজের যেকোন বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোন , ত্রিভুজের অন্তঃস্থ কোনের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

☆ ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুকে উভয় দিকে বর্ধিত করলে যে ছয়টি বহিঃস্থ কোন উৎপন্ন হয় , তাদের সমষ্টির আট সমকোন।

☆ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখাংশ ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও দৈর্ঘ্য তার অর্ধেক।

☆ কোন ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু থেকে ভূমির মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরল রেখাকে মধ্যমা বলে।তিভুজের তিনটি মধ্যমা হয় । এগুলো সমবিন্দু । এই মধ্যমাত্রয় পরস্পরকে 2:1 এ বিভক্ত করে।

☆ ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটির সমষ্টি তার পরিসীমা(তিন বাহুর সমষ্টি) অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

☆ ত্রিভুজের যে কোন মধ্যমা ত্রিভূজকে সমান দুটি ক্ষেত্রে বিভক্ত করে ।

## সদৃশ ত্রিভুজ সংক্রন্তঃ

☆ দুইটি ত্রিভুজ সদৃশ হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান এবং বিপ্রিতক্রমে দুইটি ত্রিভুজের বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোনী এবং অনুরূপ বাহুর বিপরীত কোনগুলো পরস্পর সমান।

☆ দুইটি ত্রিভুজের একটি কোন অপরটির এক কোনের সমান ও সমান সমান কোন সংলগ্ন বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ হবে।

☆ দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের তাদের যেকোন দুই অনুরূপ বাহুর বর্গের অনুপাতের সমান।

## জ্যমিতিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সংক্রান্তঃ

☆ একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান।

☆ একটি ত্রিভুজ ও একটি সামান্তরিক বা আয়ত একই ভুমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত হলে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সামান্তরিক ক্ষেত্র বা অয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

☆ কোন সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপ্র বাহুদ্বয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

## ত্রিভুজের কেন্দ্র(Center of Triangles)

অন্তঃকেন্দ্র (In-Centre): ত্রিভুজের কোনত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডক গুলোর সমবিন্দু।(যা ত্রিভুজের অন্তর্লিখিত বৃত্তের কেন্দ্র)

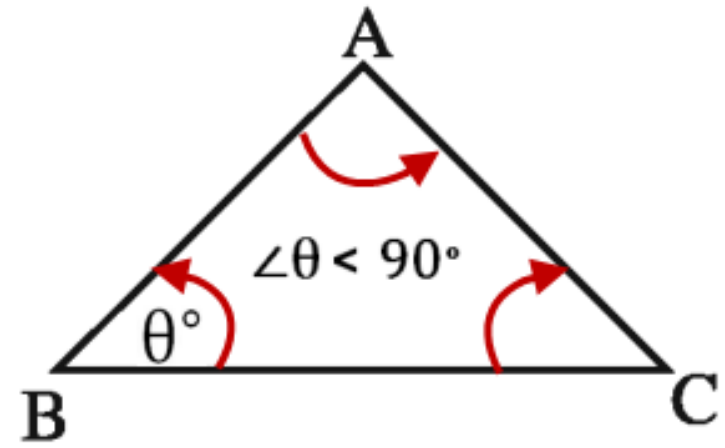
পরিকেন্দ্র(Circumcentre): ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্বসমদ্বিখন্ডকত্রয় সমবিন্দু। (যা ত্রিভুজের পরিলিখিত বৃত্তের কেন্দ্র)

ভরকেন্দ্র(Centroid): ত্রিভুজের কোন একটি শীর্ষবিন্দু এবং তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে মধ্যমা বলে। ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় সমবিন্দু। অর্থাৎ ভরকেন্দ্র হল কোন ত্রিভুজের তিনবাহুর সমদ্বিখণ্ডক গুলোর ছেদবিন্দু।

লম্ববিন্দু(Orthocentre) : ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বত্রয় সমবিন্দু।

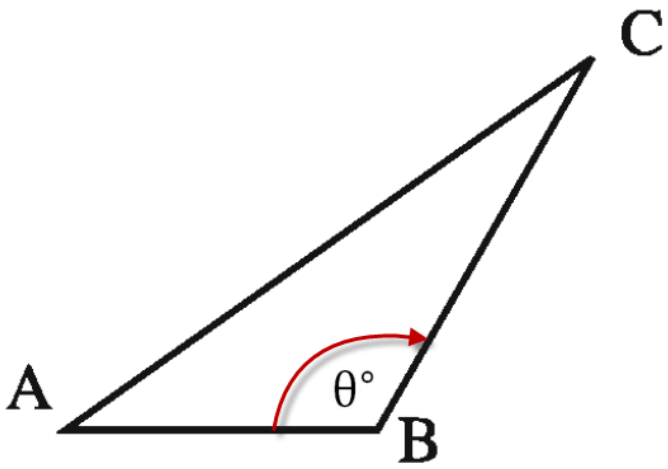
# Types of Trinagle According to Angles:

## সূক্ষকোনী ত্রিভুজ ⇒ Acute Angled Triangle :



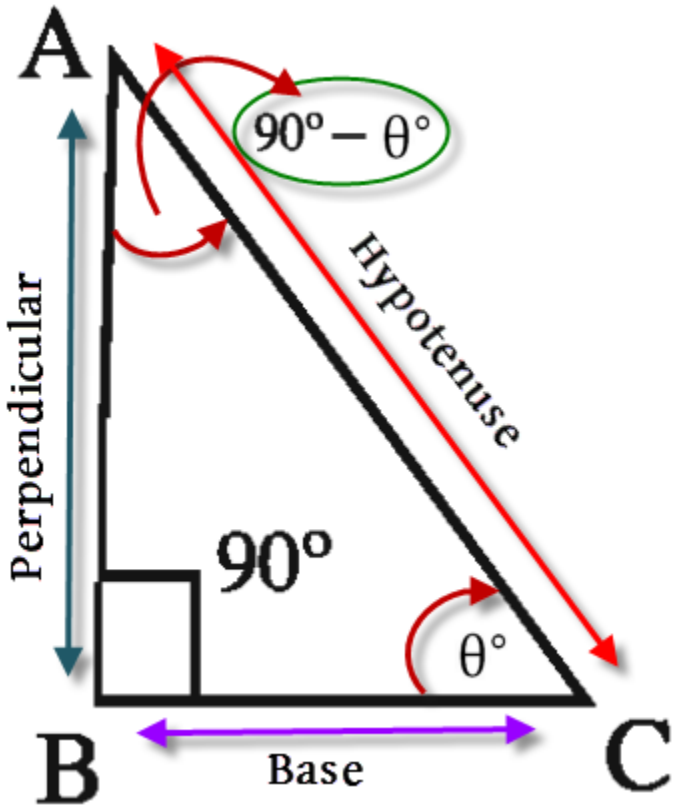

ΔABC এ ∠A , ∠B ও ∠C < 90০

## স্থূলকোণী ত্রিভুজ ⇒ Obtuse Angled Triangle :




ΔABC এ ∠A ও ∠C < 90০ এবং ∠B = স্থূলকোণ($90^0 < \theta < 180^0$)

## সমকোণী ত্রিভুজ ⇒ Right Angled Triangle :




$\Delta ABC$ এ $\angle B =$ এক সমকোন $= 90^0$

এবং $\angle A + \angle C = 90^0$

$\therefore \angle A = \theta$ হলে $\angle C = 90^0 - \theta$

☆ কোন ত্রিভুজের একটি কোন যদি অপর দুইটি কোনের সমান হয় , তবে ত্রিভুজটি সমকোনী।

☆ সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ভিন্ন অন্য দুইটি কোন হবে সূক্ষকোন।

☆ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণ দুটি পরস্পরের পূরক কোন।

☆ কোন ত্রিভুজের যে কোন একটি কোন সমকোণ বা $90^0$ হলে ।

$\therefore$ (অতিভুজ)$^2$ = (ভূমি)$^2$ + (লম্ব)$^2$

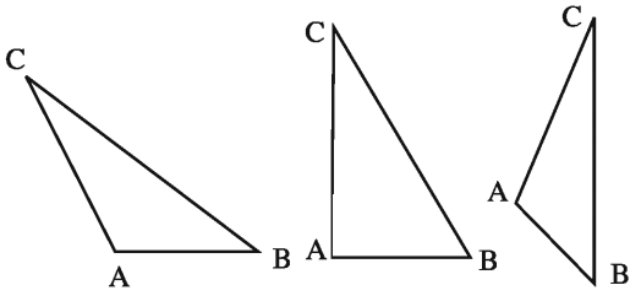
$\Rightarrow (AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$

☆ যে কোন সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 3:4:5 , 5:12:13 , 8:15:17 , 7:24:25 ,বা এদের যে কোন Multiple বা গুনক হতে পারে।

[$\because (AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$ , $\Rightarrow 5^2 = 4^2 + 3^2$, $\Rightarrow 25 = 25$ এই সূত্রে উভয় পাশের বসানো মান সমান হলে , সেই অনুপাত গুলো সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর অনুপাত হবে । ]

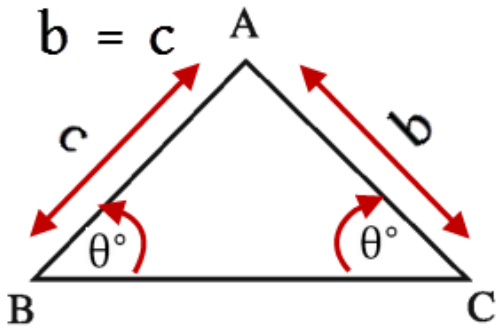
# Types of Trinagle According to Sides:

## বিষমবাহু ত্রিভুজ ⇒Sclence Triangle :




ΔABC এ AB ≠ BC ≠ CA

## সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ⇒Isosceles Triangle :

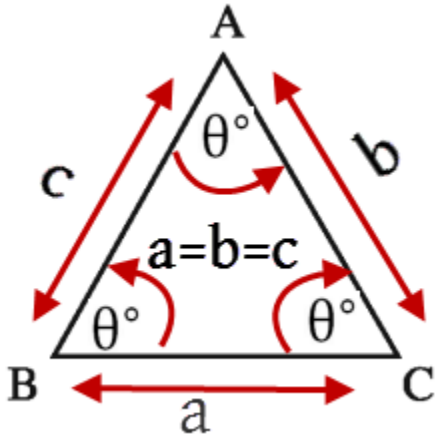



ΔABC এ AB = AC≠ BC বা b = c এবং ∠B = ∠C

☆ কোন ত্রিভুজের ভূমির প্রান্তবিন্দুদ্বয় থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমাদ্বয় বা লম্বদ্বয় যদি সমান হয় , তবে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

☆ কোন ত্রিভুজের শিরঃকোনের সমদ্বিখণ্ডক যদি ভূমির উপর লম্ব হয় , তবে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

## সমবাহু ত্রিভুজ ⇒Equilateral Triangle :




ΔABC এ AB = BC = AC বা a= b = c এবং $\angle A = \angle B = \angle C = 60^0$

☆ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় বা লম্বত্রয় যদি সমান হয় , তবে ত্রিভুজটি সমবাহু।

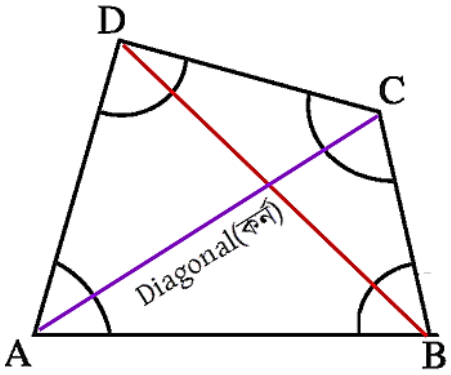
☆ সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো বাহুর মধ্যবিন্দুতে উক্ত বাহুর উপর লম্ব।

☆ সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যোগ করলে যে ত্রিভুজটি পাওয়া যায় ,তাও সমবাহু।

☆ সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যোগফলের (মধ্যমা ত্রয়) ছেদ বিন্দু ও কোনের সমদ্বিখণ্ডক ত্রয়ের যোগফলের ছেদ বিন্দু সবসময় একই হবে ।

# 3.2 চতুর্ভুজ (Quardrilateral)

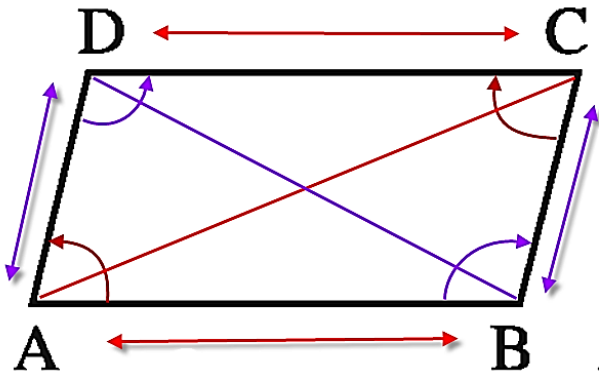
চারটি সরলরেখা বা বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে চতুর্ভুজ বলে।




☆ চতুর্ভুজ চার অন্তঃস্থ কোনের সমষ্টি 4 সমকোণ বা $360^0$ । $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^0$

☆ চতুর্ভুজের কর্নদ্বয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

## সামান্তরিক (Parallelogram):



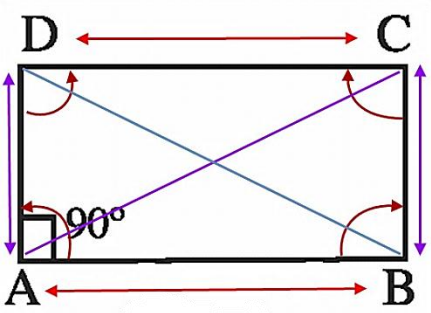

☆সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল ।

☆ সামান্তরিকের বিপরীত কোনগুলো পরস্পর সমান।

☆ সামান্তরিকের যে কোন দুইটি ক্রমিক বা সন্নিহিত কোন পরস্পরের সম্পূরক ।

☆ সামান্তরিকের কর্নদ্বয় অসমান । এরা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

## অয়তক্ষেত্র (Rectangle):

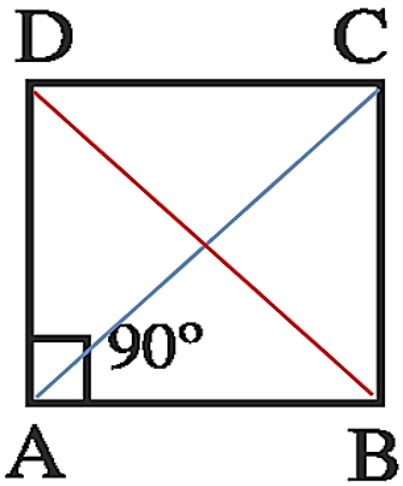



☆ অয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল ।

☆ অয়তক্ষেত্রের কোনগুলো পরস্পর সমান।এবং প্রত্যেকটি কোন সমকোণ ।

☆ অয়তক্ষেত্রের কর্নদ্বয় সমান । এরা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

## বর্গ (Square):

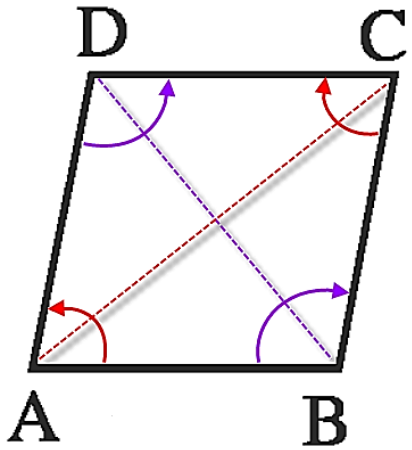



☆ বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বা সকল বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল ।

☆ বর্গক্ষেত্রের কোনগুলো পরস্পর সমান।এবং প্রত্যেকটি কোন সমকোণ ।

☆ বর্গক্ষেত্রের কর্নদ্বয় সমান । এরা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

## রম্বস(Rhombus)

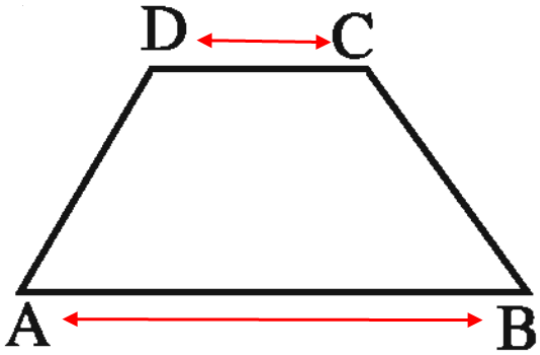



☆ রম্বসের প্রত্যেক বা সকল বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল ।

☆ রম্বসের বিপরীত কোনগুলো পরস্পর সমান।কিন্তু একটি কোনও সমকোণ নয়।

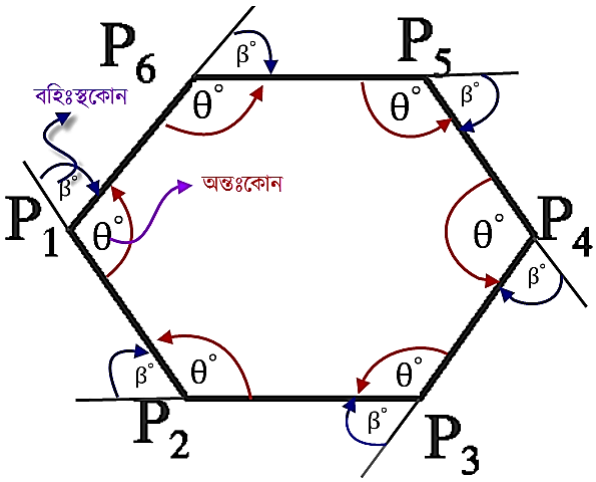
☆ রম্বসের কর্নদ্বয় অসমান । এরা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

## ট্রাপিজিয়াম (Trapezium):




☆ ট্রাপিজিয়ামের কেবলমাত্র দুইটি বাহু সমান্তরাল , কিন্তু সমান্তরাল বাহুদ্বয় সমান নয় ।

## বহুভুজ (Polygon):




সুষম বহুভুজের বাহুর সংখ্যা n হলে

☆সুষম বহুভুজের অন্তঃ কোনগুলোর (Interior Angles) সমষ্টি $n\theta = (2n-4)\times 90^0 = (n-2)\times 180^0$

☆ সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি অন্তঃ কোনের পরিমাণ $\theta = \left(\frac{n-2}{n}\times 180\right)^0$

☆ সুষম বহুভুজের বহিঃস্থ কোন গুলোর সমষ্টি, $n\theta = 360^0$

☆ সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি বহিঃস্থ কোনের পরিমাণ $= \left(\frac{360}{n}\right)^0$

**Area of Hexagon**

$A = 2.6\ S^2$ [where s is the length of one side]

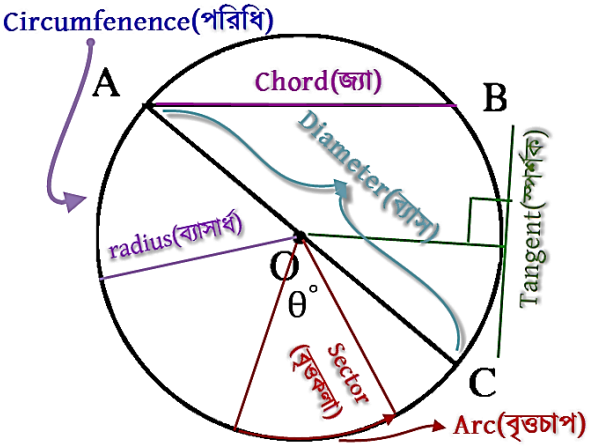
**Area of Octagon**

$A = 4.83S^2$ [where s is the length of one side]

# 3.3 বৃত্ত (Circle):

কোন সমতলে একটি বিন্দুকে কেন্দ্র করে সমান দুরত্ব বজায় রেখে অপর একটি বিন্দু তার চারদিকে একবার ঘুরে এলে যে অবদ্ধ গোলীয় রেখা সৃষ্টি হয় তাকে বৃত্ত বলে ।

অর্থাৎ কোন নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদুরত্বে আবর্তিত গোলাকার অবদ্ধ সমতলীয় ক্ষেত্রকে বৃত্ত বলে।




☆ একই সরল রেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি বিন্দুর মধ্যে দিয়ে কেবল একটি বৃত্ত আঁকা যাবে।

☆ একই সরলরেখায় অবস্থিত এমন তিনটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে কোন বৃত্ত আঁকা যাবে না।

☆ দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে তিনটি বৃত্ত আঁকা যায়।

## জ্যা ⇒Chord:

☆ বৃত্তের পরিধিস্থ যে কোন দুই বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে জ্যা বলে।

☆ বৃত্তের কেন্দ্র ছেদকারী বা বৃত্তে কেন্দ্র দিয়ে অতিক্রম করে বা গমন করে এরূপ জ্যা বা রেখাকে ব্যাস বলে।বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

☆ বৃত্তের দুটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে ছেদবিন্দুটি হবে বৃত্তের কেন্দ্র।

☆ কোন বৃত্তের তিনটি সমান সমান জ্যা একই বিন্দুতে ছেদ করলে ঐ বিন্দুটি বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হবে।

☆ কোন বৃত্তের দুইটি সমান সমান জ্যা একটি বিন্দুতে ছেদ করলে ঐ বিন্দুটি প্রত্যেক জ্যা কে দুটি অংশে বিভক্ত করে , এই জ্যা দুটির বৃহত্তম খন্ডিতাংশ পরস্পর সমান হবে । একইভাবে ক্ষুদ্রতম খন্ডিতংশ ও সমান হবে।

☆ বৃত্তের যে কোন জ্যা এর লম্বদ্বিখন্ডক কেন্দ্রগামী।

☆ বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোন জ্যা এর মধ্যবিন্দু ও কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব।

☆ বৃত্তের কেন্দ্র হতে কোন জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

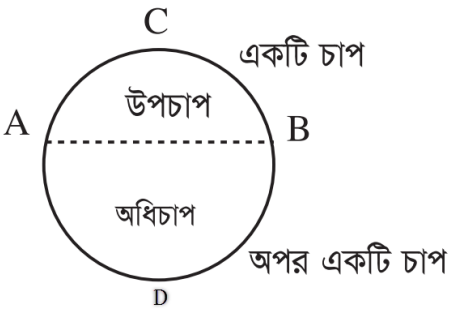
☆ বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।

☆ বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী ।

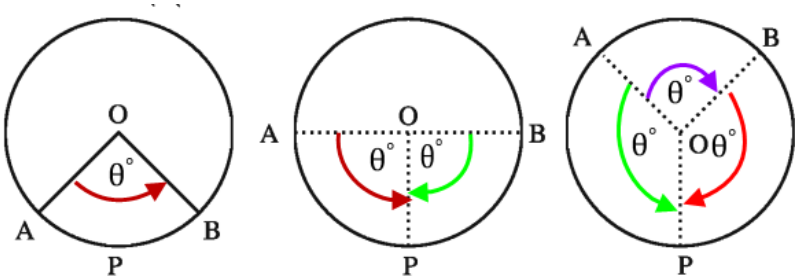
☆ বৃত্তের দুটি জ্যা এর মধ্যে কেন্দ্রের নিকটতর জ্যা-টি অপর জ্যা অপেক্ষা বৃহত্তর।

## চাপ , কেন্দ্রস্থ ও পরিধিস্থ কোনঃ

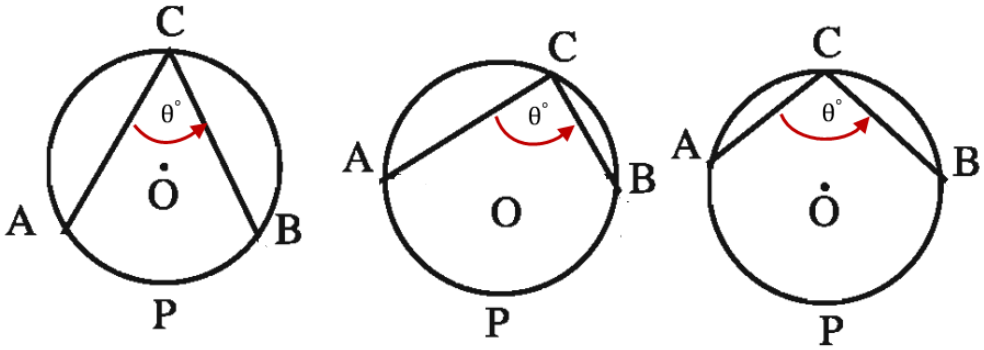
চাপ বা বৃত্তচাপ(Arc): পরিধির যে কোন অংশবিশেষকে চাপ বা বৃত্তচাপ বলে।এখানে $\overset{\frown}{ACB}$ ও $\overset{\frown}{ADB}$ দুটি চাপ। বৃত্তচাপের বৃহত্তম অংশকে বলা হয় অধিচাপ। এবং বৃত্তচাপের ক্ষুদ্রতম অংশকে বলা হয় উপচাপ।




কেন্দ্রস্থ কোন (Central Angles): বৃত্তের দুইটি ব্যাসার্ধ কতৃক বৃত্তের কেন্দ্রে সৃষ্ট কোনকে কেন্দ্রস্থ কোন বলে।অথবা বৃত্তের পরিধির উপর দুইটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু থেকে কেন্দ্রের সাথে সংযোজক রেখা দ্বারা যে কোন উৎপন্ন হয়।




পরিধিস্থ বা বৃত্তস্থ কোন) Inscribed Angles(: বৃত্তের দুটি জ্যা এর দুই প্রান্ত পরিধির উপর দুইটি ভিন্ন বিন্দুতে এবং অপ্র প্রান্ত একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে মিলিত হলে পরিধির উপরে যে কোন উৎপন্ন হয়, তাকে পরিধিস্থ বা বৃত্তস্থ কোন বলে।




☆বৃত্তের কোন চাপ দ্বার উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোন ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।

☆যে কোন দুইটি বৃত্তের স্ব- স্ব পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত সমান।

☆যেকোনো দুইটি পরিধির দৈর্ঘ্য ও ব্যসের দৈর্ঘ্যের অনুপাত একই।

☆ অর্ধবৃত্তস্থ কোন এক সমকোন।অর্থাৎ অর্ধেক বৃত্তচাপের উপর অবস্থিত প্রতিটি বৃত্তস্থ কোন এক সমকোন।

☆ কোন বৃত্তের অধিচাপে(বৃত্তচাপের বৃহত্তম অংশ) অন্তলিখিত কোন বা বৃত্তস্থ কোন → সূক্ষকোন হবে ।

☆ কোন বৃত্তের উপচাপে(বৃত্তচাপের ক্ষুদ্রতম অংশ) অন্তলিখিত কোন বা বৃত্তস্থ কোন → স্থূলকোন হবে ।

☆ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোনগুলো পরস্পর সমান।

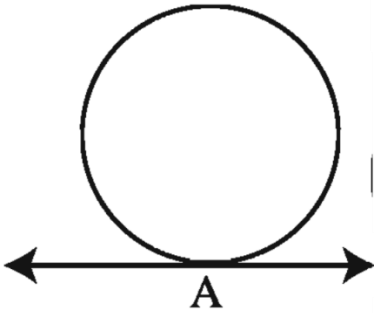
☆ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোন কেন্দ্রস্থ কোনের অর্ধেক।

∴ 1 পরিধিস্থ বা বৃত্তস্থ কোন = $\frac{1}{2}$ × কেন্দ্রস্থ কোন

⇛ কেন্দ্রস্থ কোন = 2 × পরিধিস্থ বা বৃত্তস্থ কোন

## স্পর্শক ⇒ Tangent :

কোন সরলরেখার বৃত্তের পরিধির উপর স্পর্শ করে যাওয়ার সময় পরিধির যে বিন্দুতে ছেদ করে , সেই বিন্দু দিয়ে গমনকারী রেখাটিকে ঐ বৃত্তটির একটি স্পর্শক বলা হয়।




☆বৃত্তের কোন বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁকা যায়।

☆ একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার সর্বাধিক দুটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে।

☆ বৃত্তের স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের উপর অংকিত লম্ব কেন্দ্রগামী।

☆ বৃত্তের যে কোন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব। অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্র ও স্পর্শক বিন্দুর সংযোগ রেখা স্পর্শক রেখার উপর লম্ব হয়।

☆ দুইটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে , তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শ বিন্দু সমরেখা হবে।

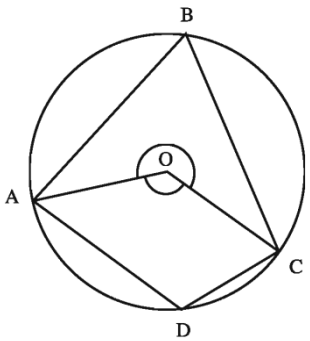
☆ দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে ,তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান ।

☆ বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে বৃত্তের শুধুমাত্র দুটি স্পর্শক টানা যায়, এবং ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান হয়।

☆ দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে ,তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের বা বিয়োগফলের সমান ।

☆দুইটি পরস্পর ছেদী বৃত্তে দুইটি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যায়।

## বৃত্তে অর্ন্তলিখিত চতুর্ভুজঃ




☆ বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র ।

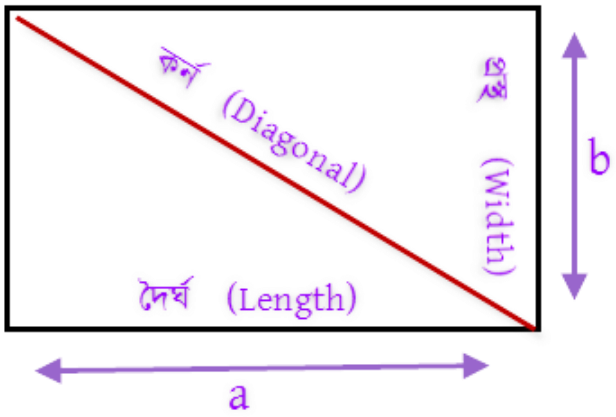
☆ বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যে কোন দুইটি বিপরীত কোনের সমষ্টি দুই সমকোণ।

☆বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ।

# 3.4 পরিমিতি (Mensuration)

## চতুর্ভুজ(Quadrilateral):

### আয়তক্ষেত্রে ⇒Rectangle :



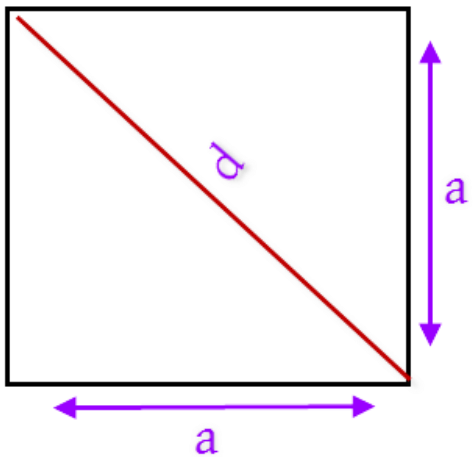

কোন আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ = a একক ও প্রস্থ = b একক হলে,

☆ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল A = দৈর্ঘ × প্রস্থ = a × b বর্গ একক

☆ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা S = 2 × (দৈর্ঘ + প্রস্থ) = 2(a + b) একক

☆ আয়তক্ষেত্রের কর্ণ d = $\sqrt{a^2 + b^2}$ একক

### বর্গক্ষেত্র ⇒ Square :




কোন বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ = প্রস্থ = a একক

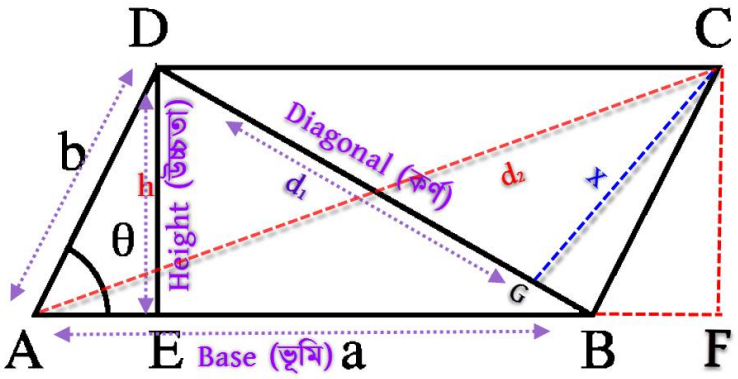
☆ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল A = দৈর্ঘ × দৈর্ঘ = a × a বর্গ একক = $a^2$ বর্গ একক

☆ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল A=$\frac{1}{2}$ × (কর্নের)$^2$ =$\frac{1}{2}$ × $d^2$ বর্গ একক [$\because d^2 = 2\,a^2 = 2 \times$ ক্ষেত্রফল$(A)$]

☆ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা S = 2(a + a) একক = 4 a একক

☆ বর্গক্ষেত্রের কর্ণ d = $\sqrt{a^2 + a^2}$ একক = $\sqrt{2}$ × a একক

## সামান্তরিক ⇒ Parallelogram :




☆ সমান্তরিকক্ষেত্রের ভূমি =a ও উচ্চতা h দেওয়া থাকলেঃ

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা = a × h বর্গ একক

☆ সমান্তরিকক্ষেত্রের দুইটি সন্নিহিত বাহু a , b একক ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোন θ দেওয়া থাকলেঃ

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $a \times b \times \sin\theta$ বর্গ একক

☆ সামান্তরিকক্ষেত্রের একটি কর্নের দৈর্ঘ্য d এবং বিপরীত শির্ষবিন্দু থেকে কর্ণের উপর লম্ব দূরত্ব X দেওয়া থাকলেঃ

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল= কর্নের দৈর্ঘ্য(AC) × শির্ষবিন্দু ও কর্ণের লম্ব দূরত্ব(CG) = d× X বর্গ একক

☆ সামান্তরিকক্ষেত্রের কর্নদ্বয় $d_1$ ও $d_2$ হলে, এবং উহাদের মধ্যবর্তী কোন θ হলেঃ

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \times sin\theta$

☆ সমান্তরিকক্ষেত্রের দুইটি সন্নিহিত বাহু a , b একক ও তাদের যে কোন একটি কর্ণ d দেওয়া থাকলেঃ এই কর্ণ সামান্তরিকক্ষেত্রকে দুইটি সমান ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 2 × ত্রিভুজ ক্ষেত্রফল(যা ভূমি , প্রস্থ ও কর্ণ দ্বারা গঠিত) বর্গ একক

[∵ এখানে এই ত্রিভুজের তিন বাহুর মান দেওয়া আছে , তাই এই সামান্তরিকক্ষেত্রের কর্ন দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল = $\sqrt{S\,(S-a)(S-b)(S-d)}$ ⇒ S = অর্ধপরিসীমা= ½ × ত্রিভুজের পরিসীমা ]

☆ সামান্তরিকক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ + প্রস্থ) একক

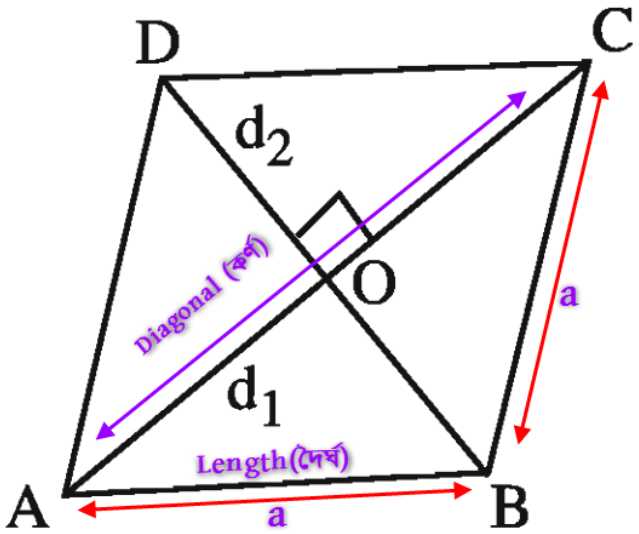
☆ সামান্তরিকক্ষেত্রের একটি কর্ণ BD = $d_1$ দেওয়া থাকলেঃ

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের অপর কর্ণ AC($d_2$) = $\sqrt{AF^2 + CF^2}$ = $\sqrt{(AB+BF)^2 + DE^2}$ [∵ উচ্চতা CF =DE]

[**DE এর মানঃ** ⇒ ½ × AB × **DE** = ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল $\sqrt{S\,(S-a)(S-b)(S-d_1)}$ ]

[**BF** এর মানঃ ⇒ BF = $\sqrt{BC^2 - CF}$ বা $DE^2$ ]

## রম্বস ⇒ Rhombus:

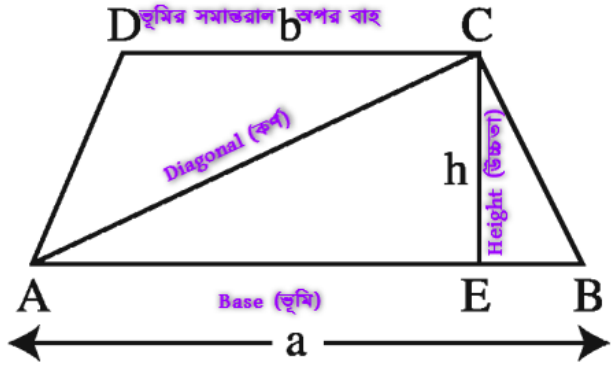



কোন রম্বসের দৈর্ঘ = প্রস্থ = $a$ একক এবং একটি কর্ণ AC= $d_1$ ও অপর কর্ণ BD= $d_2$ হলেঃ

☆ রম্বসের ক্ষেত্রেফল A = $\left(\frac{1}{2} \times \text{কর্ণদ্বয়ের গুণফল}\right)$ বর্গ একক = $\frac{d_1 \times d_2}{2}$ বর্গ একক

☆ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা S = $4 \times$ বাহুর দৈর্ঘ্য

## ট্রাপিজিয়াম(Trapezium):



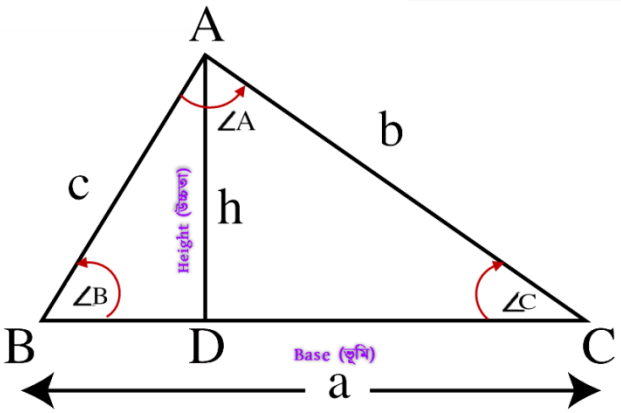

☆ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্রের সমান্তরাল দুটি বাহু AB =a ও DC = b এবং তাদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব বা উচ্চতা CE = h দেওয়া থাকলেঃ

⇒ ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল $\times$ বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব বা উচ্চতা

∴ ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times (AB + CD) \times CE = \frac{1}{2} \times (a + b) \times h$ বর্গ একক

☆ ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্রের পরিসীমা = ট্রাপিজিয়ামের চার বাহুর যোগফল

# ত্রিভুজ(Triangle):




☆ত্রিভুজের ভূমি BC= a ও উচ্চতা AD = h দেওয়া থাকলেঃ

⇛ ত্রিভূজক্ষত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি(BC) × উচ্চতা(AD) = $\frac{1}{2}$ × a × h বর্গ একক

☆ ত্রিভুজে একটি কোন এক সমকোণ হলে, ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুর দুটির একটিকে ভূমি ও অপরটিকে লম্ব বা উচ্চতা ধরা হলেঃ

⇛ সমকোণী ত্রিভূজক্ষত্রের ক্ষেত্রফল =$\frac{1}{2}$ × সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুণফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি(a) × লম্ব(b)

☆ ত্রিভুজের যে কোন দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোন দেওয়া থাকলেঃ

⇛ ত্রিভূজক্ষত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ a b $\sin\angle c$ = $\frac{1}{2}$ b c $\sin\angle A$ = $\frac{1}{2}$ c a $\sin\angle B$

☆ বিষমবাহু ত্রিভুজ ΔABC এর তিনটি বাহু BC=a , AB =c ও AC=b দেওয়া থাকলেঃ

ত্রিভুজের পরিসীমা(2S) = তিন বাহুর দৈর্ঘ্যের যোগফল = a+b+c

∴ ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা $S = \frac{\text{পরিসীমা}}{2} = \frac{a+b+c}{2}$

⇛ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল = $\sqrt{S\,(S-a)(S-b)(S-c)}$

☆ দুটি বাহু / বাহু সংলগ্ন কোনগুলো / দুটি মধ্যমা ⇒ সমান হলে ত্রিভুটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

এই সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অসমান বাহু = b ও সমান সমান দুটি বাহু উভয়ই = a হলেঃ

⇛ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4} \times \sqrt{(4a^2 - b^2)}$

☆ তিনটি বাহু / তিনটি কোন(প্রত্যেকটি কোন= 60°) / মাধ্যমাত্রয় ⇒ পরস্পর সমান হলে ত্রিভুজটি সমবাহু ত্রিভুজ।

এই সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = a হলেঃ

⇛ সমবাহু ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$ বর্গ একক

⇛সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমাঃ = 3 × a

⇛সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা বা মধ্যমার দৈর্ঘ্য = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times a$ [বাহুর দৈর্ঘ্য = a]

☆ ত্রিভুজ ΔABC এর তিনটি মধ্যমা বা মধ্যমাত্রয় l , m ও n দেওয়া থাকলেঃ ∴ S = $\frac{l+m+n}{2}$

⇛ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল = $\frac{4}{3} \times \sqrt{S\,(S-l)(S-m)(S-n)}$

☆ অন্তবৃত্তে অবস্থিত ত্রিভুজ ΔABC এর তিনটি বাহু a , b ও c হলে ;এবং অন্তবৃত্তের বৃত্তের ব্যাসার্ধ =R হলেঃ

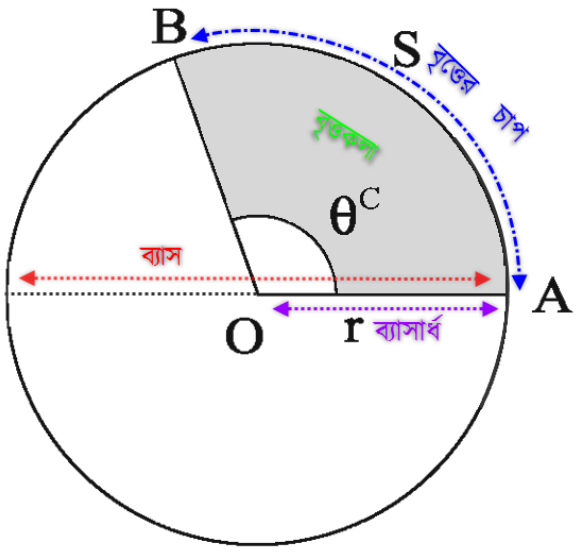
⇛ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল A = $\frac{1}{2} \times (a+b+c) \times R$

☆ পরিবৃত্তে অবস্থিত ত্রিভুজ ΔABC এর তিনটি বাহু a , b ও c হলে ;এবং পরিবৃত্তের বৃত্তের ব্যাসার্ধ =R হলেঃ

⇛ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল A = $\frac{a\,b\,c}{4\,R}$

# বৃত্ত (Circle):

কোন সমতলে একটি বিন্দুকে কেন্দ্র করে সমান দুরত্ব বজায় রেখে অপর একটি বিন্দু তার চারদিকে একবার ঘুরে এলে যে অবদ্ধ গোলীয় রেখা সৃষ্টি হয় তাকে বৃত্ত বলে ।




☆ বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত সর্বদা একই অর্থাৎ একটি ধ্রুব সংখ্যা , যাকে π দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। π একটি অমূলদ সংখ্যা। এর মান π = $\frac{22}{7}$ =3.1416(প্রায়)।

আবার $\pi^c$ রেড়িয়ান = $180^\circ$ ডিগ্রী।

$1^\circ$ = $\frac{\pi}{180}$ রেড়িয়ান

☆ বৃত্তের পূর্ন বক্ররেখার দৈর্ঘ্যকে পরিধি বলে।

☆পরিধির যে কোন অংশকে বৃত্তের চাপ (s) বলে।

☆বৃত্তের পরিধির যে কোন দুই বিন্দু ও কেন্দ্রের সংযোজক সরল রেখাকে ব্যাস(d) বলে।

☆বৃত্তের কেন্দ্র থেকে পরিধি পর্যন্ত দূরত্বকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ (r) বলে।

⇛ বৃত্তের ব্যাস = $2 \times$ ব্যাসার্ধ $= 2r$ $\therefore \pi = \frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাস}}$

⇛ **বৃত্তের পরিধি = $\pi \times$ ব্যাস = $\pi \times 2\ r = 2\ \pi\ r$**

☆ r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোন বৃত্তের কোন চাপ S যদি বৃত্তের কেন্দ্রে $\theta^\circ$ কোন উৎপন্ন করেঃ

⇛ বৃত্তের $360^\circ$ কোন জন্য চাপের দৈর্ঘ্য = $2\ \pi\ r$ একক

„ $\theta^\circ$ „ „ „ „ $= \frac{\theta^\circ \times 2\pi r}{360} = \frac{\theta^\circ \pi r}{180}$ একক

$\therefore \theta^\circ$ কোনের জন্য চাপের দৈর্ঘ্য $S = \frac{\theta^\circ}{180} \times \pi\ r$ একক

☆ r ব্যাসার্ধের কোন বৃত্তে S দৈর্ঘ্যের কোন চাপ কেন্দ্রে $\theta$ রেডিয়ান কোন ধারন করলে,

$S = r \times \theta$ [$\because 1^\circ = \frac{\pi}{180}$ রেড়িয়ান বা $\pi$ এর রেড়িয়ান মান $180^\circ$ ]

☆ কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r একক ,হলেঃ তা দ্বারা সীমাবদ্ধ বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\pi r^2$ বর্গ একক

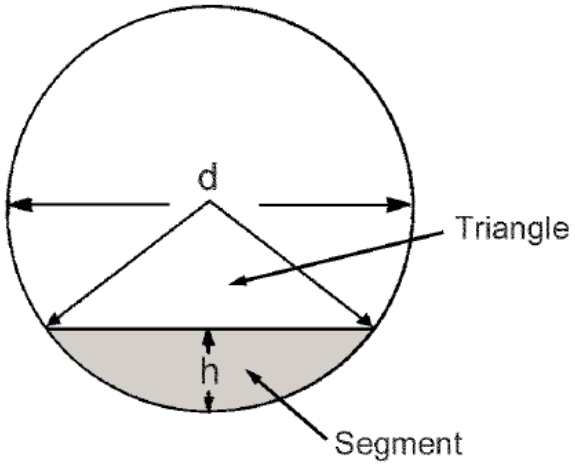
☆r ব্যাসার্ধের কোন বৃত্তে S দৈর্ঘ্যের কোন চাপ কেন্দ্রে $\theta^\circ$ কোন ধারন করলে,

$\therefore \theta^\circ$ কোন দ্বারা উৎপন্ন বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল = $\frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi\ r^2$ বর্গ একক

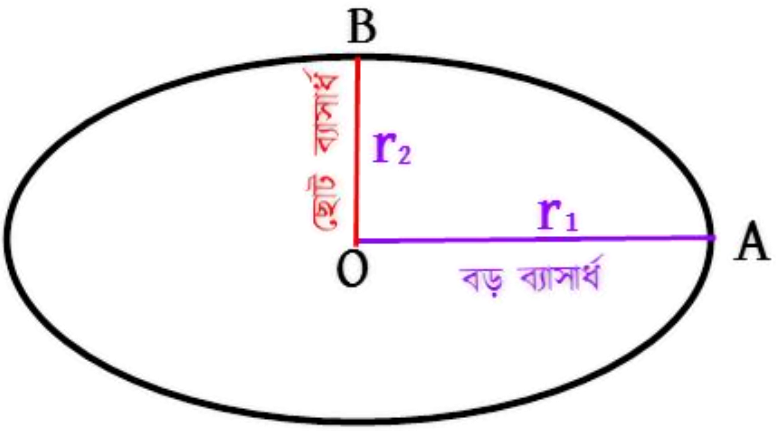
## Area of a Segment of a Circle

A = area of sector – area of triangle

Also approximate area = $\frac{4}{3} h^2 \sqrt{\frac{d}{h} - 0.608}$



# উপবৃত্ত (Ellipse):




কোন উপবৃত্তের বড় ব্যসার্ধ OA= $r_1$ ও ছোট ব্যসার্ধ OB = $r_2$ হলে ,

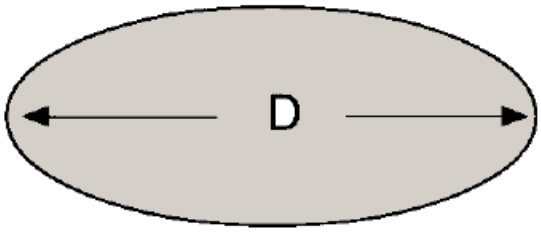
উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi \times$ বড় ব্যসার্ধ $\times$ ছোট ব্যসার্ধ = $\pi \times r_1 \times r_2$ বর্গ ক্ষেত্র

উপবৃত্তের পরিসীমা = $2\pi \times \sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2}{2}}$ একক

**Ellipse**

$$A = \frac{\pi}{4} Dd$$

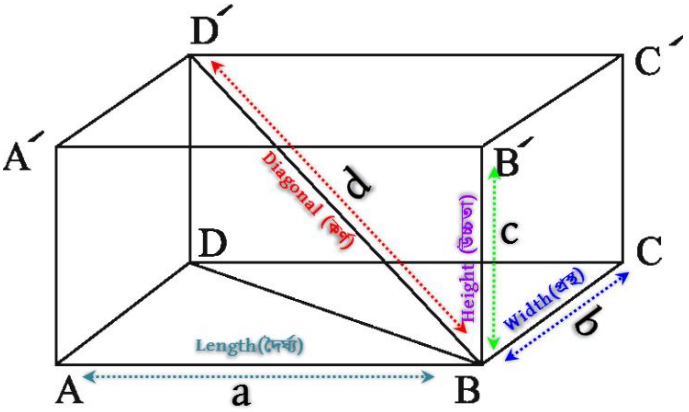
$$\text{Approx. circumference} = \pi \frac{(D + d)}{2}$$



# 3.5 ঘন জ্যামিতি(Solid Geometry)

## আয়তিক বা আয়তকার ঘনবস্তু )Rectangular Paralleloepiped(:

এখানে দৈর্ঘ্য =a , প্রস্থ =b ও উচ্চতা = c। এবং কর্ন দৈর্ঘ্য =d হলেঃ




☆আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল(Area of the Whole Surface)= ছয়টি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

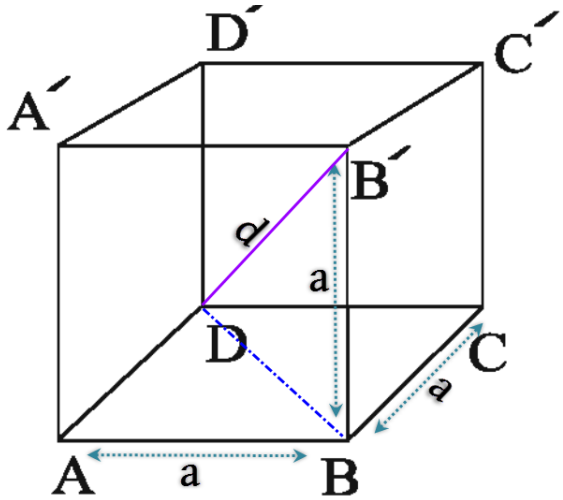
⇛ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2 (ab +bc +ca) বর্গ একক

☆ আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন (Volume) = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা = a b c ঘন একক

☆ আয়তাকার ঘনবস্তুটির কর্ন, d = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

## ঘনক (Cube):

দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা = a ও কর্ন =d হলেঃ



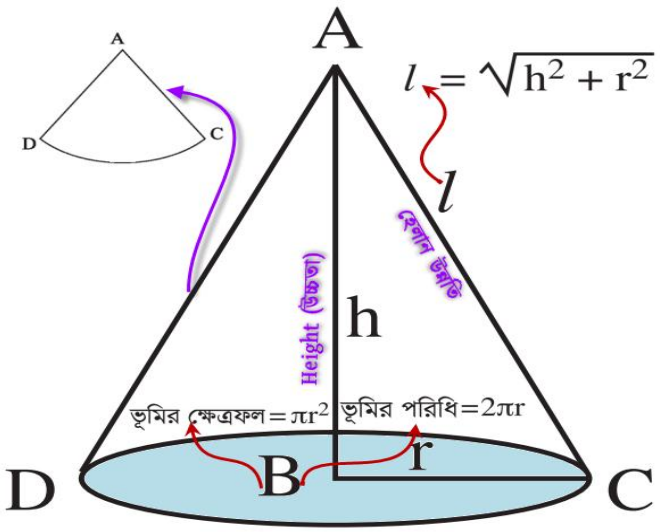

☆ ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল(Area of the Whole Surface)= ছয়টি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

⇛ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $6 \times a^2$ বর্গ একক

☆ ঘনকের আয়তন(Volume) = দৈর্ঘ্য $^3$ = a $^3$ ঘন একক

☆ ঘনকের কর্ন, d = $\sqrt{3}$ × a একক

## কোনক (Cone):




সমবৃত্তভুমিক (Right Circular) কোন কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ BC = r একক , উচ্চতা AB= h একক এবং তির্যক উচ্চতা বা হেলান উন্নতি AC = l একক ।

$\therefore l = \sqrt{h^2 + r^2}$ [$\because \Delta$ ABC এ $l^2 = h^2 + r^2$]

☆ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমির পরিধি($2\pi r$) × হেলান উন্নতি(l)

⇛ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi rl$ বর্গ একক = $\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$ বর্গ একক

☆ কোণকের সমগ্র তলের (Whole Surface) ক্ষেত্রফল = বক্রতলের ক্ষেত্রফল($\pi rl$) + ভূমির ক্ষেত্রফল ($\pi r^2$)

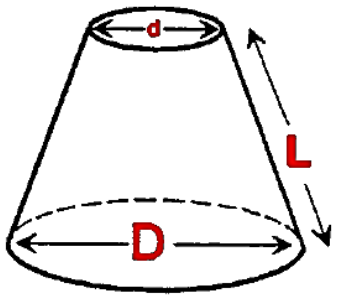
⇛ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r (l + r)$ বর্গ একক

☆ কোণকের আয়তন(Volume): =$\frac{1}{3}$ × ভূমির ক্ষেত্রফল ($\pi r^2$) × উচ্চতা (h)

⇛ কোণকের আয়তন = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ ঘন একক

Area of curved surface of frustum

$$A_F = \frac{\pi (D + d)L}{2}$$



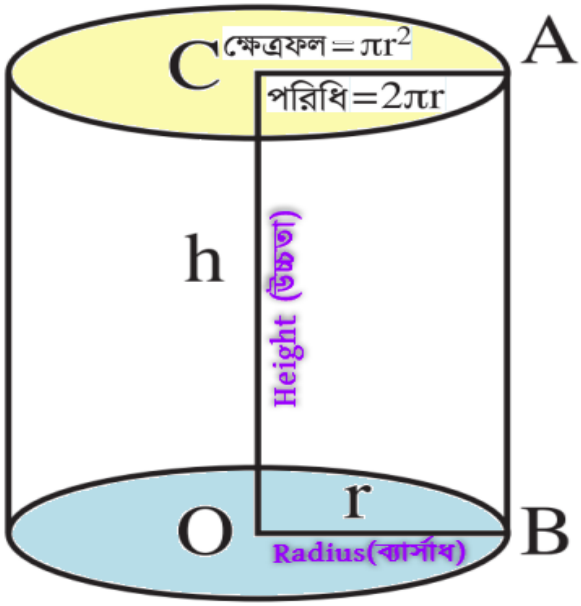

Volume of cone:

$$V = \frac{\text{base area} \times \text{perpendicular height}}{3}$$

Volume of frustum:

$$V_F = \frac{\text{perpendicular height} \times \pi (R^2 + r^2 + Rr)}{3}$$

# সিলিন্ডার বা বেলন(Cylinder):




সমবৃত্তভূমিক(Right Circular) সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ OB $=$r একক এবং উচ্চতা OC $=$h একক

☆ বেলনের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিধি $(2\pi r)$ × উচ্চতা (h)

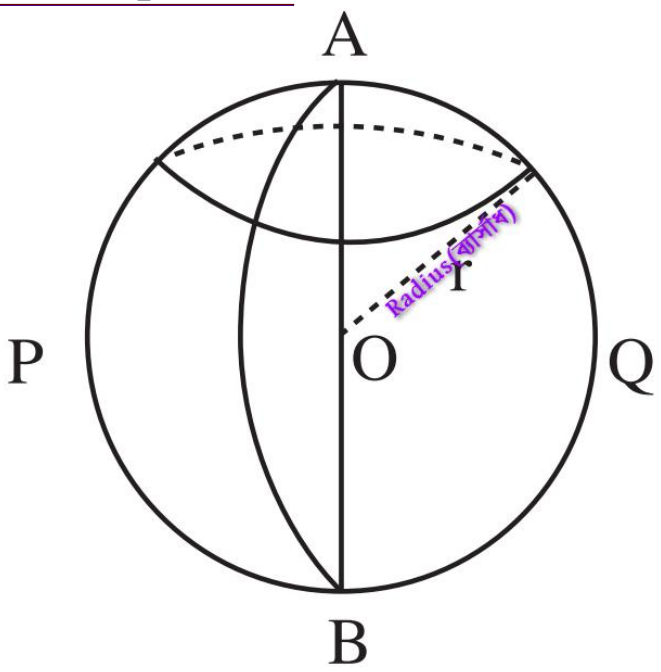
⇛ বেলনের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক

☆বেলনের সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $(2\pi rh)$ + দুই প্রন্তের বৃন্তের ক্ষেত্রফল $(2\times\pi r^2)$

⇛ বেলনের সমগ্রপৃষ্ঠের (Whole Surface) ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(h+r)$ বর্গ একক

☆ বেলনের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $(\pi r^2)$ × উচ্চতা(h) $=\pi\ r^2h$ ঘন একক

# গোলক(Sphere):




কোন গোলকের ব্যাসার্ধ = r একক

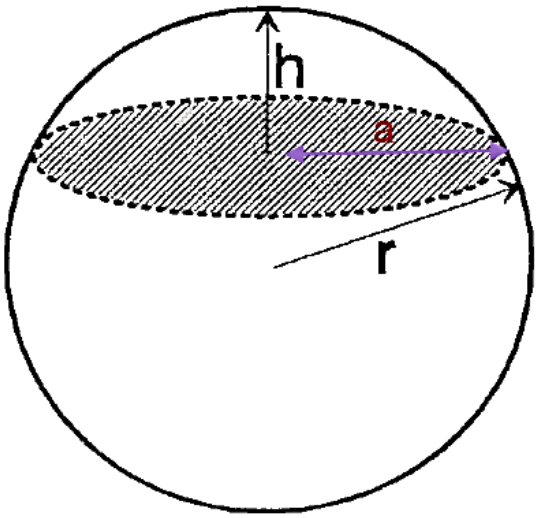
☆ গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = π × ব্যাস$(2r)^2$ $=4\pi r^2$ বর্গ একক

☆ গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}$ $\pi\ r^3$ ঘন একক

Total surface area $A = 4\pi r^2$

Surface area of segment $A_s = \pi dh$

Volume $V = \frac{4}{3}\pi r^3$




Volume of segment

$V_s = \frac{\pi h^2}{3}(3r - h)$

$V_s = \frac{\pi h}{6}(h^2 + 3a^2)$

where a = radius of segment base

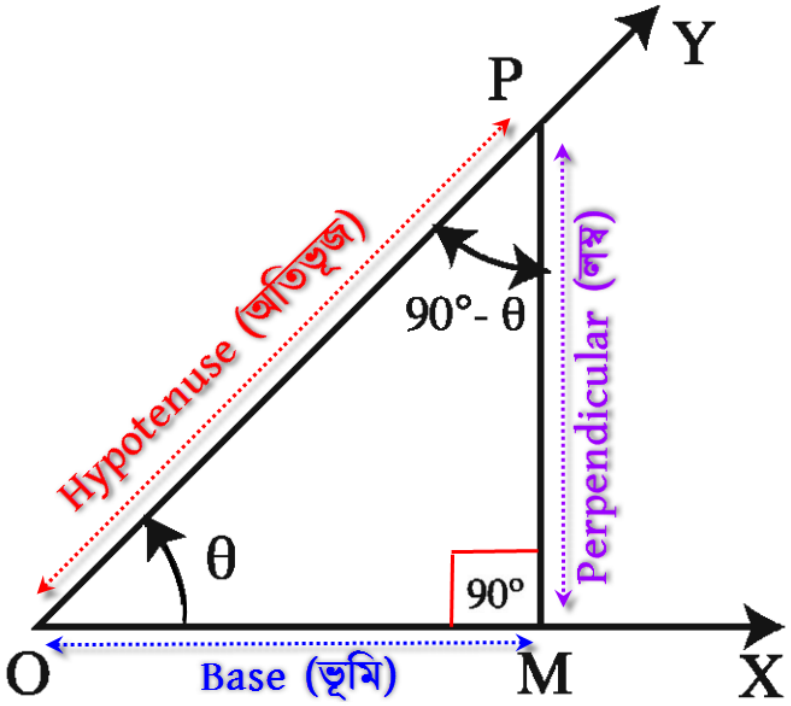
# 3.6 ত্রিকোণমিতি (Trigonometry)

✡ সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ভিন্ন অন্য দুইটি কোণ হবে সূক্ষকোন । এই কোণ দুইটির সমষ্টি এক সমকোণ [∠MOP (θ) + ∠OPM (90-θ)= $90^0$ ∠PMO] । এই কোণ দ্বয় পরস্পরের পূরক কোণ।

✡ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোন দ্বয়ের মধ্যে যে কোনের মান দেওয়া থাকবে তার বিপরীত বাহুকে লম্ব ধরে হিসাব করতে হবে।

✡ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রেঃ $(\text{আতিভূজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

✡ কোন ত্রিভূজের বাহুগুলোর অনুপাত (3:4:5), (5:12:13), (7:24:25) ও (8:15:17) হলে ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে। কারন( $5^2 = 4^2 + 3^2$ ) উভয় পক্ষের মান সমান হয়।




∠θ সূক্ষকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতঃ

✡ $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}}$ [সা ল অতি] ⇒ ✡ $\text{Cosec}\,\theta = \frac{\text{অতিভূজ}}{\text{লম্ব}}$

✡ $cos\,\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}}$ [ক ভূ অতি] ⇒ ✡ $\sec\theta = \frac{\text{অতিভূজ}}{\text{ভূমি}}$

✡ $tan\,\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ [টে ল ভূ] ⇒✡ $\text{Cot}\,\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$

## ত্রিকোণমিতিক অনুপাত গুলোর সম্পর্কঃ

✡ $\sin\theta = \frac{1}{cosec\ \theta}$ ⇛ ✡ $\text{Cosec}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

✡ $cos\,\theta = \frac{1}{sec\theta}$ ⇛ ✡ $\sec\theta = \frac{1}{\text{cox}\,\theta}$

✡ $tan\,\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ ⇛ ✡ $\text{Cot}\,\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

✡ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ⇛ ✡ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

## ত্রিকোণমিতিক সূত্রসমূহঃ

✡ $(\sin\theta)^n \leftrightarrow \sin^n\theta$

✡ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

⇛ $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

⇛ $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

✡ $\sec^2\theta - tan^2\,\theta = 1$

⇛ $\sec^2\theta = 1 + tan^2\,\theta$

⇛ $tan^2\,\theta = \sec^2\theta - 1$

✡ $\text{cosec}^2\,\theta - cot^2\,\theta = 1$

⇛ $\text{cosec}^2\,\theta = 1 + cot^2\,\theta$

⇛ $cot^2\,\theta = 1 - \text{cosec}^2\,\theta$

## ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান সমূহঃ

| কোণ $\angle\theta$ | $0^0$ | $30^0$ | $45^0$ | $60^0$ | $90^0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| sin | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| cos | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| $\tan(\frac{sin}{cos})$ | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | $\infty$ |
| $\cot(\frac{1}{\tan\theta})$ | $\infty$ | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0 |
| $\sec(\frac{1}{\cos\theta})$ | 1 | $\frac{2}{\sqrt{3}}$ | $\sqrt{2}$ | 2 | $\infty$ |
| $\text{Cosec}(\frac{1}{\sin\theta})$ | $\infty$ | 2 | $\sqrt{2}$ | $\frac{2}{\sqrt{3}}$ | 1 |

## মনে রাখার জন্যঃ

0, 1, 2, 3, 4, সংখ্যা গুলোর প্রত্যেককে 4 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলগুলো বর্গমূল করলে $\mathbf{0^0}$, $\mathbf{30^0}$,$\mathbf{45^0}$, $\mathbf{60^0}$,$\mathbf{90^0}$ কোনগুলোর $\sin\theta$ এর অনুপাতের মান পাওয়া যায়। অর্থাৎ $\sin 0^0, \sin 30^0 \sin 45^0, \sin 60^0, \sin 90^0$ অনুপাত গুলোর মান যথাক্রমে $\frac{0}{4}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ সংখ্যা গুলোর বর্গমূল $0, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1$ ।

আবার sin এর অনুপাতগুলোর মান উল্টাক্রমে সাজিয়ে লিখলে cos এর অনুপাতগুলোর মান পাওয়া যায়। sin অনুপাত মান গুলোকে ও cos এর অনুপাত মান দ্বারা ভাগ করলে tan এর অনুপাত মান পাওয়া যায়।

## ত্রিকোণমিতিক অনুপাতিক মানের সীমাঃ

✡ $-1 \leq \sin\theta \leq +1$

✡ $-1 \leq \cos\theta \leq +1$

✡ seeθ ও cosecθ এর মান $\geq 1$ অথবা $\leq$ -1

✡ tanθ ও cotθ এর মানের কোন সীমা নির্ধারন করা যায় না ।

## $\frac{\pi}{2}$ বা $90^0$ কোনের চেয়ে বড় কোনের অনুপাতের মানঃ

### ⇛ sin / cos / tan $\{n \times (90^0$ বা $\frac{\pi}{2}) \pm \theta\}$ কোনের অনুপাতের মানঃ

### $\{n \times (90^0$ বা $\frac{\pi}{2}) \pm \theta\}$ কোনের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতঃ

✡ প্রদত্ত কোণকে এরূপ দুইটি অংশে ভাগ করতে হবে যার একটি অংশ সূক্ষকোন ($\theta < 90^0$), এবং অপর অংশ $90^0$ বা $\frac{\pi}{2}$ বা এক সমকোণের n গুণিতক ।ধরি প্রদত্ত কোণকে ( $n \times 90^0 \pm \theta$ ) আকারে প্রকাশ করা হল।

✡[ n **(জোড় সংখ্যা )** $\times 90^0 \pm \theta$] অর্থাৎ n এর মান জোড় সংখ্যা হলেঃ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত গুলোর পরিবর্তন হবে না ।

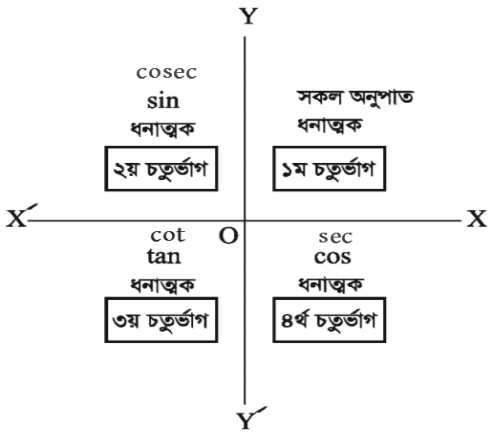
✡ [ n **(বিজোড় সংখ্যা )** $\times 90^0 \pm \theta$] অর্থাৎ n এর মান বিজোড় সংখ্যা হলেঃ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত গুলোর পরিবর্তন হবে । যেমনঃ

⇛ Sin থাকলে তা পরিবর্তিত হয়ে cos হবে , আবার ⇛ cos থাকলে sin হবে

⇛ tan থাকলে তা পরিবর্তিত হয়ে cot হবে , আবার ⇛ cot থাকলে tan হবে

⇛ sec থাকলে তা পরিবর্তিত হয়ে cosec হবে , আবার ⇛ cosec থাকলে sec হবে

✡ পরিবর্তিত অনুপাতের চিহ্ন নির্নয়ঃ




প্রথমে n এর এক এককের জন্য একটি চতুর্ভাগ হিসাব করে , এন্টি ক্লক বা ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে গননা করে যেতে হবে। এভাবে n এর মান অনুসারে চতুর্ভাগ হিসাব করার পর , $\pm \theta$ এর মান হিসাব করতে হবে। যদি $+\theta$ থাকে তাহলে n এর প্রাপ্ত চতুর্ভাগের পরবর্তী চতুর্ভাগ হিসাব করতে হবে। যদি $-\theta$ থাকে তাহলে n এর প্রাপ্ত চতুর্ভাগই হিসাব করতে হবে। এখন n এর গণনা থেকে প্রাপ্ত চতুর্ভাগ যদি ,

প্রথম চতুর্ভাগ হয় ⇛ তাহলে সকল অনুপাতের মান ধনাত্নক হবে।

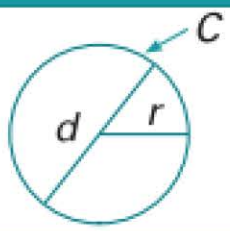
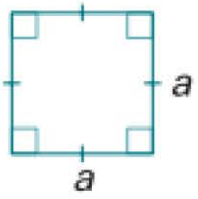
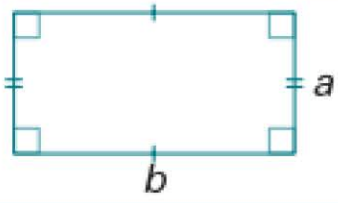
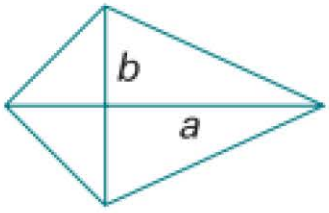
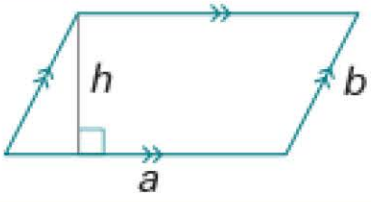
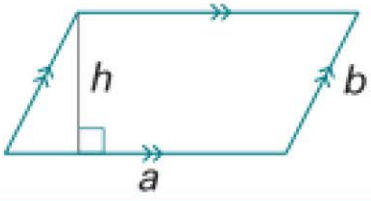
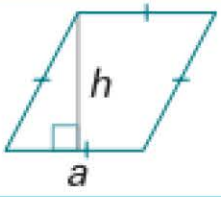
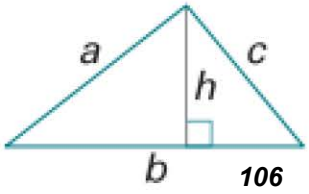
দ্বিতীয় চতুর্ভাগ হয় ⇛ তাহলে sin ও cosec অনুপাতের মান ধনাত্নক হবে। বাকি সব অনুপাতের মান ঋনাত্নক।

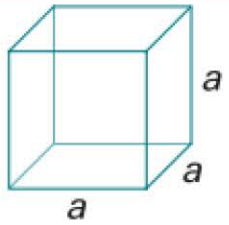
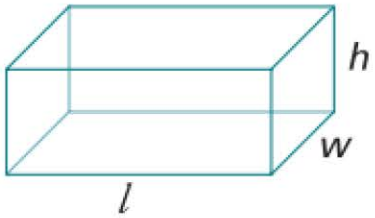
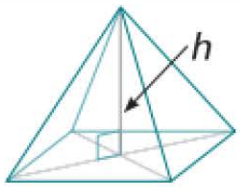
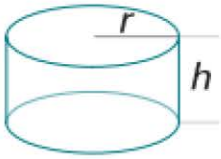
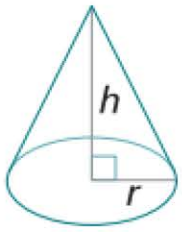
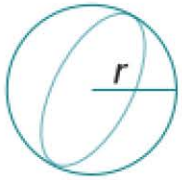
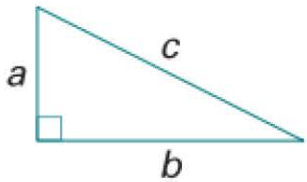
তৃতীয় চতুর্ভাগ হয় ⇛ তাহলে tan ও cot অনুপাতের মান ধনাত্নক হবে। বাকি সব অনুপাতের মান ঋনাত্নক।

দ্বিতীয় চতুর্ভাগ হয় ⇛ তাহলে cos ও sec অনুপাতের মান ধনাত্নক হবে। বাকি সব অনুপাতের মান ঋনাত্নক।

✡ এখন প্রাপ্ত কোনের মান যদি ঋনাত্নক হয় তাহলে নিচের নিয়ম আনুসারে পরিবর্তিত হবেঃ

| | | |
|---|---|---|
| $Sin(-\theta) = -\sin\theta$ | $cos(-\theta) = \cos\theta$ | $tan(-\theta) = -\tan\theta$ |
| $cosec(-\theta) = -\text{cosec}\,\theta$ | $Sec(-\theta) = \sec\theta$ | $cot(-\theta) = -\cot\theta$ |

| Plane shapes | Diagram | Area | Perimeter |
|---|---|---|---|
| circle |   | $A = \pi r^2$ | $C = 2\pi r = \pi d$ |
| square |   | $A = a^2$ | $P = 4a$ |
| rectangle |   | $A = ab$ | $P = 2\,(a + b)$ |
| kite |   | $A = \frac{ab}{2}$ | |
| trapezium |   | $A = \frac{a+b}{2} \times h$ | $P = a + b + c + d$ |
| parallelogram |   | $A = ah$ | $P = 2\,(a + b)$ |
| rhombus |   | $A = ah$ | $P = 4a$ |
| triangle |   | $A = \frac{1}{2}\,bh$ | $P = a + b + c$ |

| Solids | Diagram | Volume | Surface area |
|---|---|---|---|
| cube |   | $V = a^3$ | $S = 6a^2$ |
| cuboid |   | $V = lwh$ | $S = 2(lw + hl + hw)$ |
| pyramid |   | $V = \frac{1}{3}$ base × | $S$ = area of base + 4 × Area of $\triangle$ |
| cylinder |   | $V = \pi r^2 h$ | $S = 2 \times \pi r^2 + 2\pi rh$ $= 2\pi r\,(r + h)$ |
| cone |   | $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ | |
| sphere |   | $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ | $S = 4\pi r^2$ |
| Pythagoras' theorem |   | $c^2 = a^2 + b^2$ $a = \sqrt{c^2 + b^2}$ $b = \sqrt{c^2 - b^2}$ $c = \sqrt{c^2 + b^2}$ | |